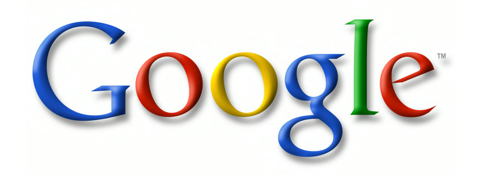
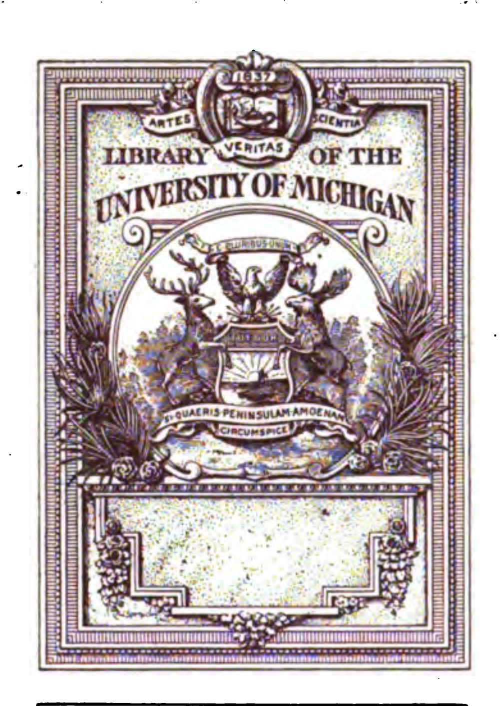
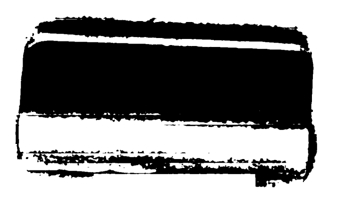



QA
925
R25
STORAGE
1 a 3
B 449549
Rausenberger Otto




1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE



PROGRAMM

der

Adlerflychtschule

(Realschule mit Vorschule)

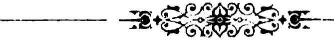
zu

FRANKFURT AM MAIN.

Ostern 1895.

I. Hydrodynamische Untersuchungen und deren Anwendung auf die Bewegungen der Atmosphäre. Von Oberlehrer Dr. Otto Rausenberger.

II. Schulnachrichten.



Frankfurt a. M.

Druck von C. Adelmann.

1895.

Hydrodynamische Untersuchungen und deren Anwendung auf die Bewegungen der Atmosphäre

von

Oberlehrer **Dr. Otto Rausenberger.**

Die vorliegende Abhandlung bildet die weitere Ausführung und Vervollständigung von Untersuchungen, die ich bereits im Jahre 1889 kurz veröffentlicht habe.*) Ich nahm damals in erster Linie den Ausbau des mathematischen Teiles in Aussicht, wurde jedoch längere Zeit von dem Gegenstande abgelenkt, mit dem ich mich erst neuerdings wieder beschäftigte. Obgleich gerade in mathematischer Hinsicht interessante Resultate zu erzielen sind, habe ich mich doch im Hinblick auf den Charakter einer Programmarbeit entschlossen, von den mathematischen Untersuchungen nur das Notwendige zu bringen und das Übrige an anderer Stelle zu publizieren, dagegen den meteorologischen Teil weiter auszuführen. Dies schien mir umsomehr sachentsprechend, als gerade die hier behandelten Fragen in den letzten Jahren wieder stark in Diskussion gezogen wurden, ohne einen befriedigenden Abschluß zu finden.

Meteorologische Einleitung.

Die dynamische Meteorologie stellt sich die Aufgabe, die Bewegungen der Atmosphäre zu erforschen und auf ihre Endursachen zurückzuführen. Diese Aufgabe ist eine höchst verwickelte, wie die gewöhnlichsten Wahrnehmungen darthun, aber zugleich eine höchst wichtige. Nicht nur der Seefahrer ist von diesen Bewegungserscheinungen abhängig, auch das Klima eines großen Teiles der Erdoberfläche und das tägliche Wetter wird von ihnen hervorragend beeinflußt. Fragt man nach der Endursache der atmosphärischen Bewegungen, so werden wohl die wenigsten zögern, die Antwort zu erteilen: Die ungleichmäßige Erwärmung verschiedener Gebiete der Erdoberfläche durch die Sonne. Die alltäglichsten Beobachtungen im Kleinen zeigen, daß Wärmedifferenzen thatsächlich Luftströmungen hervorrufen; dasselbe bemerken wir bei der Entstehung der Land- und Seewinde u. dgl. Wir brauchen daher nicht anzustehen, auch im Großen der ungleichen Wärmeverteilung einen hervorragenden Anteil an der Luftzirkulation zuzuschreiben. Ob sie die einzige Endursache der letzteren ist, wollen wir vorsichtigerweise dahingestellt sein lassen; vielleicht spielt doch die Bewegung der Erde auch bei diesen Erscheinungen eine wichtigere Rolle, als man gewöhnlich annimmt. Ich erinnere daran, daß auf der Sonne weit heftigere Stürme toseu als auf der Erde — die Beobachtungen von Sonnenflecken und Protuberanzen stellen dies außer Frage — und daß dort von ungleicher, von außen kommender Erwärmung als Endursache nicht wohl die Rede sein kann.

*) Berichte des Freien Deutschen Hochstifts, Jahrgang 1889, p. 456 ff. („Wirbelbewegung und Wirbelstürme.")

Die durch Wärmedifferenzen hervorgerufene Zirkulation der Atmosphäre zeigt nur auf einem Teil der Erdoberfläche einen regulären Verlauf. In der Nähe des Äquators bildet sich die Kalmenzone, wo bei geringer horizontaler Bewegung ein aufsteigender Luftstrom entsteht, der in der Höhe beiderseits gegen die Pole hin abfließt, während unten kältere Luft in umgekehrter Richtung nachdrängt, die durch die Erdrotation von ihrer ursprünglich meridionalen Richtung auf der nördlichen Halbkugel nach rechts, auf der südlichen nach links abgelenkt wird und so die nordöstlich und südöstlich wehenden Passatwinde veranlaßt. Schon die ausgedehnten Kontinente von Asien und Australien stören bekanntlich diese Erscheinung vollständig und geben durch ihre starke sommerliche Erhitzung den Monsunen ihre Entstehung. Es erscheint überflüssig, diesen Gegenstand weiter auszuführen, der zumeist als fester Bestand der Wissenschaft betrachtet wird und in den elementaren Lehrbüchern Aufnahme gefunden hat. Das Problem der Luftzirkulation mathematisch formuliert und teils für besondere Fälle, teils in allgemeinerer Weise rechnerisch behandelt zu haben, ist das Verdienst mehrerer Gelehrten, wie Guldberg und Mohn, Oberbeck, Kitao, Pockels u. A.*) Die Aufgabe ist keine ganz einfache — selbst wenn den komplizierenden örtlichen und zeitlichen Verhältnissen keine Rechnung getragen wird —, da auch aufsteigende Luftströme in Betracht zu ziehen sind, da die Wärmeverhältnisse eine Rolle spielen und auch die Reibung anscheinend nicht vernachlässigt werden darf. Leider gelingt die Integration der Differentialgleichungen nur unter einigen vereinfachenden Annahmen, deren Berechtigung keineswegs immer außer Zweifel steht. Aber auch so sind die Resultate schon von bleibendem Wert.

Neben der relativ regelmäßigen Zirkulation findet eine zum Teil durch lokale Verhältnisse veranlaßte unregelmäßige, in verschiedenen Jahren sehr verschiedene statt, die gerade in unseren Breiten die Witterung vollständig beherrscht. Die moderne Meteorologie glaubt wenigstens ein annäherndes Bild dieser komplizierten Bewegung aus der Luftdruckverteilung ableiten zu können, die zu einem bestimmten Zeitpunkt vorhanden ist. Die Hauptrolle spielen hierbei die Minima und Maxima des Luftdrucks. Man nimmt an, daß die Luft nach einem Minimum von allen Seiten her zuströme, von einem Maximum wegströme. Durch die Erddrehung werden aber diese ursprünglich zentral gerichteten Strömungen in dem schon oben angegebenen Sinne abgelenkt. Hierdurch bildet sich eine Wirbelbewegung, deren Rotationsrichtung im Falle des Minimums auf der nördlichen Halbkugel dem Sinne des Uhrzeigers entgegen läuft, auf der südlichen Halbkugel mit dem Uhrzeiger geht. Bei einem Maximum ist die Rotationsrichtung die umgekehrte. Im ersten Falle heißt die Bewegung cyklonal, im zweiten anticyklonal. Wie entstehen aber Minima und Maxima? Nach der von Reye**) u. A. begründeten, von zahlreichen Forschern angenommenen und weiter ausgearbeiteten Theorie erzeugt starke Erwärmung einer Fläche einen aufsteigenden Luftstrom und ein Minimum, Abkühlung einen absteigenden Luftstrom und ein Maximum, so

*) Guldberg und Mohn, Etudes sur les mouvements de l'atmosphère, Christiania 1876 und 1880; auch enthalten in der Zeitschrift d. österr. Gesellsch. für Meteorologie, B. 12; 1877; p. 49, 177, 257, 273 ff.

Oberbeck, Über Bewegungen der Luft an der Erdoberfläche, Wiedemanns Annalen, 1882, B. 253 (17) p. 128 ff. Über die Bewegungserscheinungen der Atmosphäre, Sitzungsber. d. Akad. d. W. zu Berlin, 1888 I, p. 383 ff.

Kitao, Beiträge zur Theorie der Bewegung der Erdatmosphäre und der Wirbelstürme, Journal of science, Japan, B. I, p. 111 ff u. B. II, p. 329 ff.

Pockels, Zur Theorie der Luftbewegung in stationären Anticyklonen mit konzentrischen kreisförmigen Isobaren, Meteor. Zeitschr., B. 10; 1893; p. 9 ff.

**) Reye, Die Wirbelstürme, Tornados und Wettersäulen u. s. w., Hannover 1872 (1880). Über vertikale Luftströme in der Atmosphäre, Zeitschr. f. Math. u. Phys., B. 9, p. 250 ff.

daß sich der oben geschilderte Vorgang hier im Kleinen wiederholt. Einseitige Erhitzung ist hiernach die Ursache der oft so verheerenden Wirbelstürme.

Obgleich es sich nicht läugnen läßt, daß die soeben kurz skizzierte Anschauungsweise zur Zeit vielleicht noch die vorherrschende ist, so hat es doch von jeher an Widerspruch nicht gefehlt. Die entgegenstehende Ansicht, die auch ich für die richtige halte und im Folgenden vertreten werde, lautet: der Wirbelsturm ist eine Folge der Luftbewegung; er wird nicht vom Minimum oder Maximum hervorgerufen, sondern erzeugt selbst das Minimum (unter Umständen auch etwas dem Maximum Ähnliches).

Warum vermochte diese Ansicht, die historisch die erste war und die nicht nur von Theoretikern, sondern auch von bedeutenden beobachtenden Meteorologen vertreten und durch wichtige Beobachtungsresultate gestützt wird, sich bis jetzt keine allgemeine Geltung zu verschaffen? Ich glaube zum Teil deshalb, weil ihre Vertreter keine dem jetzigen Stand der Hydrodynamik völlig entsprechende Erklärung geben, weil ihre Entwicklungen zwar im Grunde richtig, doch nicht ganz überzeugend sind. Und doch ist es überraschend leicht, von den allgemeinsten hydrodynamischen Formeln ausgehend die Theorie exakt zu entwickeln, freilich erst dann vollkommen, wenn die verbreiteten hydrodynamischen Vorstellungen etwas modifiziert werden. Mit diesem Gegenstande haben wir uns zuerst zu beschäftigen.

Zusammenstellung der fundamentalen Gesetze der Flüssigkeitsbewegung.

Die Fundamentalgleichungen der reibungslosen Flüssigkeitsbewegung sind bekanntlich

$$(1)\left\{\begin{aligned} \varepsilon\frac{d^2x}{dt^2} &= \varepsilon X - \frac{\delta p}{\delta x} & \qquad & \varepsilon\frac{du}{dt} = \varepsilon X - \frac{\delta p}{\delta x} \\ \varepsilon\frac{d^2y}{dt^2} &= \varepsilon Y - \frac{\delta p}{\delta y} & \text{oder} \qquad & \varepsilon\frac{dv}{dt} = \varepsilon Y - \frac{\delta p}{\delta y} \\ \varepsilon\frac{d^2z}{dt^2} &= \varepsilon Z - \frac{\delta p}{\delta z} & \qquad & \varepsilon\frac{dw}{dt} = \varepsilon Z - \frac{\delta p}{\delta z}, \end{aligned}\right.$$

worin ε die Dichtigkeit, p der Druck des Flüssigkeitsteilchens in x, y, z zur Zeit t, u, v, w seine Geschwindigkeitskomponenten und X, Y, Z die Komponenten der daselbst angreifenden Kraft, bezogen auf die Masseneinheit, sind. Hierzu tritt die Gleichung der Kontinuität, welche aussagt, daß ein Flüssigkeitsteilchen seine Masse nicht ändert:

$$(2)\ \frac{d\varepsilon}{dt} + \varepsilon\left(\frac{\delta u}{\delta x} + \frac{\delta v}{\delta y} + \frac{\delta w}{\delta z}\right) = 0,$$

sowie eine Angabe über die Beziehung zwischen Druck und Dichtigkeit. Bei einer inkompressibeln Flüssigkeit ist ε konstant und (2) geht in

$$(3)\ \frac{\delta u}{\delta x} + \frac{\delta v}{\delta y} + \frac{\delta w}{\delta z} = 0$$

über. Bei Gasen können wir das Mariotte'sche Gesetz ohne Weiteres zur Anwendung bringen, wenn Wärmeänderungen nicht stattfinden. Wir setzen dann

$$(4)\ p = a^2\varepsilon$$

und die Kontinuitätsgleichung lautet

$$(5)\ \frac{dp}{dt} + p\left(\frac{\delta u}{\delta x} + \frac{\delta v}{\delta y} + \frac{\delta w}{\delta z}\right) = 0.$$

Ist auf Wärmeänderung infolge der Ausdehnung und Zusammenziehung Rücksicht zu nehmen, so wird man meistens die Annahme machen, daß einem Luftteilchen aus der Umgebung weder Wärme zugeführt noch entzogen, daß die Wärmeänderung also nur durch die Volumänderung hervorgerufen wird. Bei diesem adiabatischen Zustand gilt die Gleichung

$$(6)\quad \frac{p}{p_0} = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^K,$$

worin

$$(7)\quad K = \frac{C_p}{C_v},$$

d. h. gleich dem Quotienten der spezifischen Wärmen für konstanten Druck und für konstantes Volumen ist; für atmosphärische Luft ist $K = 1{,}41$. p_0 und ε_0 sind zusammengehörige Werte von Druck und Dichtigkeit. Aus (2) wird in diesem Falle

$$(8)\quad \frac{dp}{dt} + Kp\left(\frac{\delta u}{\delta x} + \frac{\delta v}{\delta y} + \frac{\delta w}{\delta z}\right) = o;$$

(8) geht in (5) über, wenn $K = 1$ gesetzt wird.

Hierzu pflegt die weitere Bedingung gefügt zu werden, daß Teile der Flüssigkeit, welche einmal an der Oberfläche liegen, stets in derselben verbleiben, eine Bedingung, über die wir noch zu sprechen haben werden.

Indem wir die Geschwindigkeitskomponenten untersuchen, die das im Punkte x, y, z zur Zeit t befindliche Teilchen besitzt, erhalten wir an Stelle von (1) die Euler'schen Gleichungen

$$(9)\quad \begin{cases} \frac{\delta u}{\delta t} + u\frac{\delta u}{\delta x} + v\frac{\delta u}{\delta y} + w\frac{\delta u}{\delta z} = X - \frac{1}{\varepsilon}\frac{\delta p}{\delta x}, \\ \frac{\delta v}{\delta t} + u\frac{\delta v}{\delta x} + v\frac{\delta v}{\delta y} + w\frac{\delta v}{\delta z} = Y - \frac{1}{\varepsilon}\frac{\delta p}{\delta y}, \\ \frac{\delta w}{\delta t} + u\frac{\delta w}{\delta x} + v\frac{\delta w}{\delta y} + w\frac{\delta w}{\delta z} = Z - \frac{1}{\varepsilon}\frac{\delta p}{\delta z}. \end{cases}$$

Für Flüssigkeiten mit innerer Reibung gelten an Stelle von (1) und (9) die Gleichungen

$$(10)\quad \varepsilon\frac{d^2x}{dt^2} = \varepsilon X - \frac{\delta p}{\delta x} + k\Delta u \text{ u. s. w.},$$

worin

$$(11)\quad \Delta u = \frac{\delta^2 u}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 u}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 u}{\delta z^2} \text{ u. s. w.}$$

gesetzt ist, oder

$$(12)\quad \frac{\delta u}{\delta t} + u\frac{\delta u}{\delta x} + v\frac{\delta u}{\delta y} + w\frac{\delta u}{\delta z} = X - \frac{1}{\varepsilon}\frac{\delta p}{\delta x} + \frac{k}{\varepsilon}\Delta u \text{ u. s. w.};$$

k ist die Reibungskonstante. Hierzu kommen die Bedingungen an den Grenzen der Flüssigkeit.

Nach den Bewegungsgesetzen eines stetigen veränderlichen Systems wird jede unendlich kleine Kugel durch eine Deformation in ein Ellipsoid übergeführt; dabei ändert sich im allgemeinen der Winkel zwischen je zwei Radien der ursprünglichen Kugel. Nur die drei Radien, die nach der Deformation in die drei Hauptachsen des Ellipsoids übergehen, waren auch vorher aufeinander senkrecht. Das Resultat modifiziert sich in einfacher Weise, wenn das Deformationsellipsoid ein Rotationsellipsoid oder eine Kugel ist. Haben nun diese drei Hauptachsen nach der Deformation ihre Richtung beibehalten, so ist die Bewegung rotationslos, andernfalls tritt eine Rotation auf. Bei reibungslosen Flüssigkeiten, die nur Kräften mit einer Kräftefunktion unter-

worfen sind, gilt nun bekanntlich der Satz: Ein Flüssigkeitsteil, der sich einmal in Rotation befindet, rotiert immer, ein rotationsfreier rotiert nie. Ich bemerke hierzu, daß sich die Gültigkeit dieses Satzes noch etwas erweitern läßt. Auch wenn keine Kräftefunktion im eigentlichen Sinne vorhanden ist, weil sich die Kräftekomponenten X, Y, Z nicht explizite als Funktionen von x, y, z und t darstellen lassen, sondern etwa auch die Geschwindigkeiten enthalten, so bleibt die entsprechende Entwicklung richtig, falls nur die Gleichungen

$$(12a)\quad \frac{\delta X}{\delta y} = \frac{\delta Y}{\delta x},\ \frac{\delta Y}{\delta z} = \frac{\delta Z}{\delta y},\ \frac{\delta Z}{\delta x} = \frac{\delta X}{\delta z}$$

erfüllt sind.

Die Bedingungen der Rotationslosigkeit sind

$$(13)\quad \frac{\delta u}{\delta y} = \frac{\delta v}{\delta x},\ \frac{\delta v}{\delta z} = \frac{\delta w}{\delta y},\ \frac{\delta w}{\delta x} = \frac{\delta u}{\delta z},$$

die besagen, daß u, v, w die Differentialquotienten derselben Funktion $\phi = \phi\,(x, y, z, t)$, des Geschwindigkeitspotentials, nach x, y, z sind.

Die Kontinuitätsgleichung für inkompressible Flüssigkeiten nimmt dann die Form an:

$$(14)\quad \frac{\delta^2\phi}{\delta x^2} + \frac{\delta^2\phi}{\delta y^2} + \frac{\delta^2\phi}{\delta z^2} = o \text{ oder } \Delta\phi = o.$$

Für Gase wird diese Gleichung, falls wir $\frac{dp}{dt}$ weiter entwickeln, zu

$$(15)\quad \frac{\delta p}{\delta t} + \frac{\delta p}{\delta x}\frac{\delta \phi}{\delta x} + \frac{\delta p}{\delta y}\frac{\delta \phi}{\delta y} + \frac{\delta p}{\delta z}\frac{\delta \phi}{\delta z} + p\Delta\phi = o$$

oder

$$(16)\quad \frac{\delta p}{\delta t} + \frac{\delta p}{\delta x}\frac{\delta \phi}{\delta x} + \frac{\delta p}{\delta y}\frac{\delta \phi}{\delta y} + \frac{\delta p}{\delta z}\frac{\delta \phi}{\delta z} + Kp\Delta\phi = o,$$

je nachdem wir eine Wärmeänderung oder eine Wärmezufuhr ausschließen.

Nehmen wir an, dass die Kraft X, Y, Z eine Kräftefunktion U besitze und setzen wir

$$(17)\quad P = \int \frac{dp}{s},\ \text{also}\ \frac{\delta P}{\delta x} = \frac{1}{s}\frac{\delta p}{\delta x}\ \text{u. s. w.},$$

so wird aus (9)

$$\frac{\delta^2\phi}{\delta x \delta t} + \frac{\delta\phi}{\delta x}\frac{\delta^2\phi}{\delta x^2} + \frac{\delta\phi}{\delta y}\frac{\delta^2\phi}{\delta x \delta y} + \frac{\delta\phi}{\delta z}\frac{\delta^2\phi}{\delta x \delta z} = \frac{\delta\,(U - P)}{\delta x}\ \text{u. s. w.}$$

oder

$$\frac{\delta}{\delta x}\left\{\frac{\delta\phi}{\delta y} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\delta\phi}{\delta x}\right)^2 + \left(\frac{\delta\phi}{\delta y}\right)^2 + \left(\frac{\delta\phi}{\delta z}\right)^2\right]\right\} = \frac{\delta\,(U - P)}{\delta x}\ \text{u. s. w.},$$

woraus die Gleichung

$$(18)\quad \frac{\delta\phi}{\delta t} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\delta\phi}{\delta x}\right)^2 + \left(\frac{\delta\phi}{\delta y}\right)^2 + \left(\frac{\delta\phi}{\delta z}\right)^2\right] = U - P + C$$

entspringt, in der C noch von t, aber nicht von x, y, z abhängig ist. C kann gleich Null gesetzt werden, wenn man ϕ eine geeignete Funktion von t additiv zufügt.

Für inkompressible Flüssigkeiten ist

$$(19)\quad P = \frac{p}{s},$$

für Gase ohne Temperaturänderung

$$(20)\quad P = a^2 \log p,$$

für Gase ohne Wärmezufuhr

$$(21)\quad P = \frac{K p_0^{\frac{1}{K}}}{(K-1)\, s_0}\, p^{\frac{K-1}{K}}$$

Die Gleichung (18) ist für unsere weiteren Untersuchungen von der größten Wichtigkeit. Nehmen wir an, daß sich die Flüssigkeit im Gleichgewicht, also in Ruhe oder gleichförmiger, parallelgerichteter Bewegung befindet, so wird

$$(22)\quad P = U + \text{Const.},$$

d. h. infolge von (19), (20) oder (21) ist der Druck p für alle Niveauflächen (für die U den gleichen Wert hat) konstant. Für bewegte Flüssigkeiten ist aber, wenn wir die Geschwindigkeit mit V bezeichnen, nach (18)

$$(23)\quad P = U - \frac{\delta \varphi}{\delta t} - \frac{1}{2} V^2 + C$$

oder, wenn φ und C von der Zeit unabhängig sind,

$$(24)\quad P = U + C - \frac{1}{2} V^2.$$

Für einen stationären Bewegungszustand*) können wir das wichtige Gesetz aussprechen: *Sind verschiedene Teile derselben stationär strömenden Flüssigkeit verschieden bewegt, so gelten nicht mehr dieselben Druckgesetze wie im Gleichgewichtszustand; je größer die Geschwindigkeit, desto geringer ist der Druck für die gleiche Niveaufläche.*

Die Auswertung dieses Satzes wird uns unten weiter zu beschäftigen haben.

Begriff der Unstetigkeiten der Flüssigkeitsbewegung.

Die Untersuchung spezieller Flüssigkeitsbewegungen hat sich zuerst der rotationsfreien Bewegung zugewandt. Bringt man eine bisher ruhende Wassermenge durch mechanische Mittel gewöhnlicher Art in Bewegung, so würde letztere, falls die Reibung fehlte, rotationslos bleiben. Der erste, der sich der eingehenderen Untersuchung rotierender Flüssigkeiten widmete, war v. *Helmholtz*; seine 1858 erschienene Abhandlung: „Über Integrale der hydrodynamischen Gleichungen, welche Wirbelbewegungen entsprechen" (Journ. für die reine und angew. Mathematik, B. 55, p. 25—55; Gesammelte Werke, B. 1, p. 101—134) war bahnbrechend und bildet noch jetzt die Grundlage für die weiteren Forschungen auf diesem Gebiete. Besonders beschäftigt sich der Verfasser mit dem Falle, daß nicht die ganze Flüssigkeit rotiert, sondern nur unendlich dünne Fäden derselben, sogenannte *Wirbelfäden*; hierauf baut sich die Wirbeltheorie auf, wie sie noch heute fast allgemein üblich ist. Und doch muß die Annahme auffällig erscheinen, daß die Flüssigkeit im ganzen rotationsfrei ist, während ein dünner Faden rotiert. Wir sehen uns darauf hingewiesen, daß diese Annahme nur dazu dient, einen Vorgang für die Entwicklung zugänglicher zu machen, der in Wirklichkeit anders geartet ist. So verhält es sich auch in der That. *Die Wirbelbewegung ist rotationsfrei*, und in den Wirbellinien findet nur eine Unterbrechung der Stetigkeit der Bewegung statt. Jedem Mathematiker ist die Thatsache geläufig,

*) Bei dem die Bewegung an derselben Stelle stets ungeändert bleibt, wenn auch beständig neue Flüssigkeitsteilchen an diese gelangen.

daß Funktionen, die sich im übrigen durchaus stetig verhalten, in einzelnen Punkten oder in ganzen Linien unendlich, bezw. unbestimmt werden, hier also eine Stetigkeitsunterbrechung erleiden. Ähnlich verhält es sich mit der Flüssigkeitsbewegung. Ihre Natur bringt es mit sich, daß sie, sonst überall stetig, in einzelnen Linien oder ganzen Flächen ihre Stetigkeit einbüßt. Diese Stetigkeitsunterbrechungen zu untersuchen, betrachte ich als eine Hauptaufgabe der rationellen Hydrodynamik; ihre Lösung dürfte zu bedeutenderen Ergebnissen führen als die Durchführung spezieller Probleme. Daß sie uns wichtige Resultate für die Bewegungen der Atmosphäre liefert, wird die Folge zeigen.

Ich glaube es wohl aussprechen zu dürfen, daß gerade die Annahme der „Wirbelfäden" es verhindert hat, daß man die Gleichungen für die rotationsfreie Bewegung unbedenklich auch auf die Vorgänge in den Wirbeln übertrug und sich öfters bei Thatsachen, die aus den allgemeinen Formeln fließen, mit mangelhaften Näherungsmethoden begnügte. Die folgenden Entwicklungen werden sich im allgemeinen nur auf inkompressible Flüssigkeiten beziehen, da diese viel leichter zu behandeln sind, als die kompressibeln. Doch werde ich es nicht unterlassen, gerade bei den fundamentalsten Aufgaben, die für uns die wichtigsten sind, soweit als möglich kompressible Flüssigkeiten in Betracht zu ziehen.

Bemerkenswert ist es, daß ein großer Teil der hier zu untersuchenden Beziehungen bereits im Jahre 1882 von F. Klein in dessen hochinteressanter Schrift: Über Riemann's Theorie der algebraischen Funktionen und ihrer Integrale" erledigt worden ist, ohne daß diese Arbeit, soweit ich es übersehen kann, auf die Weiterentwicklung der Hydrodynamik irgend einen Einfluß ausgeübt hätte. Es erklärt sich dies daraus, daß Klein die hydrodynamischen Entwicklungen lediglich zum Zwecke daran anzuknüpfender funktionaltheoretischer Betrachtungen anstellte. Die Schrift wurde daher wohl lediglich von speciellen Mathematikern und kaum von Physikern studiert. Aber Hydrodynamik und Funktionentheorie sind eng zusammenhängende Gebiete, und derjenige, der mit beiden vertraut ist, wird aus diesem Zusammenhang reiche Anregung und Belehrung schöpfen.

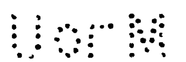
Flüssigkeitsbewegungen, die parallel zu einer Ebene vor sich gehen.

Die Diskontinuitätsgleichung für inkompressible Flüssigkeiten

$$(14)\quad \Delta\phi = 0$$

läßt sich allgemein behandeln. Setzt man die für ϕ erhaltenen Ausdrücke in die übrigen Bewegungsgleichungen ein, so ergiebt sich, welche Kräfte und Druckkräfte (an den Grenzen) imstande sind, gerade diese Bewegung zu unterhalten. Wir suchen also, wie dies oft zweckmäßig ist, nicht eine Bewegung, die gegebenen Bedingungen genügt, sondern die Bedingungen, die eine vorgelegte Bewegung ermöglichen.

Besonders einfach gestaltet sich die Untersuchung für den Fall, daß die Bewegung aller Flüssigkeitsteilchen parallel zu derselben Ebene, die wir als xy-Ebene annehmen wollen (die positive x-Achse sei nach rechts, die positive y-Achse nach oben gerichtet), vor sich geht. Es ist dann $w = 0$ und die beiden letzten Gleichungen (13) liefern uns das Resultat $\frac{\delta u}{\delta z} = 0$, $\frac{\delta v}{\delta z} = 0$, welches besagt, daß die Geschwindigkeit der Größe und Richtung nach von z unabhängig ist, daß



also die Bewegungen in allen Parallelebenen zur xy-Ebene kongruent sind und derart verlaufen, daß allen Punkten, die gleiches x, y aufweisen, derselbe Bewegungsvorgang zukommt. Wir haben somit schließlich nur Flüssigkeitsbewegungen in einer Ebene zu behandeln.

Die Kontinuitätsgleichung nimmt hier die Form an

$$(25)\quad \frac{\delta^2 \varphi}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 \varphi}{\delta y^2} = o;$$

man benutzt gewöhnlich, um eine beliebige Menge von Lösungen anzugeben, den bekannten Satz, daß der reelle und der reine imaginäre Teil einer analytischen Funktion von $x + iy$ der Gleichung (25) genügen. Statt die bekannten Entwicklungen zu reproduzieren, wollen wir lieber den Gegenstand sofort ganz allgemein in Angriff nehmen.

Das allgemeinste Integral von (25) hat bekanntlich die Form

$$(26)\quad \varphi = f_1 (x + i y) + f_2 (x - i y),$$

worin f_1 und f_2 beliebige Funktionen sind, deren Koeffizienten in unserem Falle auch die Zeit t enthalten können. Soll φ die Darstellung einer möglichen Flüssigkeitsbewegung liefern, so müssen $\frac{\delta \varphi}{\delta x}$ und $\frac{\delta \varphi}{\delta y}$ für reelle x und y, wenigstens soweit diese in den Bereich der vielleicht abgegrenzten Flüssigkeit fallen, reell sein. Außerdem ist bei Flüssigkeitsbewegungen der gewöhnlichen Art zu fordern, daß die Geschwindigkeitskomponenten $\frac{\delta \varphi}{\delta x}$ und $\frac{\delta \varphi}{\delta y}$ für jeden Zeitpunkt t nur einen Wert liefern, da sich sonst der Strom selbst durchkreuzen müßte. Wir schliessen hieraus, daß innerhalb des Flüssigkeitsbereiches $\frac{\delta \varphi}{\delta x}$ und $\frac{\delta \varphi}{\delta y}$ eindeutige Funktionen von x und y sind, was nur dann zutrifft, wenn auch f_1 und f_2 eindeutige Funktionen ihrer Argumente sind. φ braucht selbst keine eindeutige Funktion von x und y zu sein (und also ebenso f_1 und f_2), ihre verschiedenen Werte dürfen sich aber nur um Konstanten unterscheiden.

Zunächst möge sich das Flüssigkeitsgebiet über die ganze Ebene ausdehnen; $\frac{\delta \varphi}{\delta x}$ und $\frac{\delta \varphi}{\delta y}$ müssen dann in der ganzen Ebene eindeutig sein. Unendliche Werte dieser Größen sollen zugelassen werden, jedoch nur solche von endlicher Ordnung. Bezeichnen die A_k, B_k, C_k, D_k, a, b u. s. w. durchaus reelle Werte, so muß alsdann $f_1' (x + iy)$ die Form haben

$$\begin{aligned} f_1' (x + i y) = {} & A_0 + i B_0 + (A_1 + i B_1)(x + i y) \\ & + (A_2 + i B_2)(x + i y)^2 + \ldots \\ & + \frac{C_1 + i D_1}{x + i y - a - i b} + \frac{C_2 + i D_2}{(x + i y - a - i b)^2} + \ldots \\ & + \frac{E_1 + i F_1}{x + i y - a' - i b'} + \frac{E_2 + i F_2}{(x + i y - a' - i b')^2} + \ldots \\ & + \ldots . \end{aligned}$$

$f_2' (x - i y)$ muß dieselben Unendlichkeitspunkte haben wie $f_1' (x + iy)$, also $x = a$, $y = b$ u. s. w., da sich das Imaginäre sonst nicht wegheben würde, hat also die Form

$$\begin{aligned} f_2' (x - i y) = {} & A_0' + i B_0' + (A_1' + i B_1')(x - i y) + (A_2' + i B_2')(x - i y)^2 + \ldots \\ & + \frac{C_1' + i D_1'}{y - i y - a + i b} + \frac{C_2' + i D_2'}{(x - i y - a + i b)^2} + \ldots . \end{aligned}$$

Soll das Imaginäre allgemein bei

$$\frac{\delta \phi}{\delta x} = f_1' (x + i y) + f_2' (x - i y),$$

$$\frac{\delta \phi}{\delta y} = i [f_1' (x + i y) - f_2' (x - i y)]$$

herausfallen, so muß dies bei allen entsprechenden Gliedern der Fall sein. Wir haben also reell zu machen

$$(A_k + i B_k) (x + i y)^k + (A_k' + i B_k') (x - i y)^k$$
$$= [A_k + A_k' + i (B_k + B_k')] (x^k - \frac{k (k-1)}{1 . 2} x^{k-2} y^2 + \ldots)$$
$$+ i [A_k - A_k' + i (B_k - B_k')] (\frac{k}{1} x^{k-1} y - \frac{k (k-1)(k-2)}{1 . 2 . 3} x^{k-3} y^3 + \ldots),$$

was dann und nur dann zutrifft, wenn

$$B + B_k' \doteq o, \; A_k - A_k' = o$$

genommen wird. Zugleich muß

$$i (A_k + i B_k) (x + i y)^k - i (A_k' + i B_k') (x - i y)^k$$
$$= i [A_k - A_k' + i (B_k - B_k')] (x^k - \frac{k (k-1)}{1 . 2} x^{k-2} y^2 + \ldots)$$
$$- [A_k + A_k' + i (B_k + B_k')] (\frac{k}{1} x^{k-1} y - \frac{k (k-1)(k-2)}{1 . 2 . 3} x^{k-3} y^3 + \ldots)$$

reell sein, was dieselben Bedingungen liefert. Weiter müssen die Glieder von der Form

$$\frac{C_k + i D_k'}{(x + i y - a - i b)^k} + \frac{C_k' + i D_k'}{(x - i y - a + i b)^k}$$

$$\frac{[C_k + C_k' + i (D_k + D_k')] [(x-a)^k - \frac{k (k-1)}{1 . 2} (x-a)^{k-2} (y-b)^2 + \ldots] - i [C_k - C_k' + i (D_k - D_k')] [\frac{k}{1} (x-a)^{k-1} (y-b) - \ldots]}{[(x-a)^2 + (y-b)^2]^k}$$

reell gemacht werden, was die Gleichungen

$$D_k + D_k' = o, \; C_k - C_k' = o$$

erfordert, die zugleich aus

$$i \frac{C_k + i D_k}{(x + i y - a - i b)^k} - i \frac{C_k' + i D_k'}{(x - i y - a + i b)^k}$$

das Imaginäre entfernen.

Somit ist

$$(27) \quad \begin{cases} f_1' (x + i y) = A_0 + A_1 (x + i y) + A_2 (x + i y)^2 + \ldots \\ + i [B_0 + B_1 (x + i y) + B_2 (x + i y)^2 + \ldots] \\ + \frac{C_1}{x + i y - a - i b} + \frac{C_2}{(x + i y - a - i b)^2} + \ldots \\ + i \left[\frac{D_1}{x + i y - a - i b} + \frac{D_2}{(x + i y - a - i b)^2} + \ldots\right] \\ + \ldots , \end{cases}$$

$$(27)\quad \begin{cases} f_2'(x-iy) = A_0 + A_1(x-iy) + A_2(x-iy)^2 + \ldots \\ -\,i\,[B_0 + B_1(x-iy) + B_2(x-iy)^2 + \ldots] \\ +\dfrac{C_1}{x-iy-a+ib} + \dfrac{C_2}{(x-iy-a+ib)^2} + \ldots \\ -\,i\left[\dfrac{D_1}{x-iy-a+ib} + \dfrac{D_2}{(x-iy-a+ib)^2} + \ldots\right] \\ + \ldots. \end{cases}$$

Die Integration liefert, wenn wir für die Koeffizienten neue Bezeichnungen wählen,

$$(28)\quad \begin{cases} f_1(x+iy) = a_0 + a_1(x+iy) + a_2(x+iy)^2 + \ldots \\ -\,i\,[b_0 + b_1(x+iy) + b_2(x+iy)^2 + \ldots] \\ +\,c_0 \log(x+iy-a-ib) + \dfrac{c_1}{x+iy-a-ib} + \dfrac{c_2}{(x+iy-a-ib)^2} + \ldots \\ -\,i\,[d_0 \log(x+iy-a-ib) + \dfrac{d_1}{x+iy-a-ib} + \dfrac{d_2}{(x+iy-a-ib)^2} + \ldots] \\ + \ldots \\ f_2(x-iy) = a_0 + a_1(x-iy) + a_2(x-iy)^2 + \ldots \\ +\,i\,[b_0 + b_1(x-iy) + b_2(x-iy)^2 + \ldots] \\ +\,c_0 \log(x-iy-a+ib) + \dfrac{c_1}{x-iy-a+ib} + \dfrac{c_2}{(x-iy-a+ib)^2} + \ldots \\ +\,i\,[d_0 \log(x-iy-a+ib) + \dfrac{d_1}{x-iy-a+ib} + \dfrac{d_2}{(x-iy-a+ib)^2} + \ldots] \\ + \ldots. \end{cases}$$

Unter Berücksichtigung, daß

$$\log(x+iy-a-ib) + \log(x-iy-a+ib) = \log[(x-a)^2 + (y-b)^2],$$

$$-\,i\,[\log(x+iy-a-ib) - \log(x-iy-a+ib)] = 2 \operatorname{arctg} \frac{y-b}{x-a}$$

ist, und unter Weglassen des Faktors 2 erhalten wir schließlich

$$(29)\quad \begin{aligned} \phi = {} & a_0 + a_1 x + a_2 (x^2 - y^2) + a_3 (x^3 - 3xy^2) \ldots \\ & + b_1 y + 2 b_2 xy + b_3 (3x^2 y - y^3) + \ldots \\ & + \frac{1}{2} c_0 \log[(x-a)^2 + (y-b)^2] + \frac{c_1 (x-a)}{(x-a)^2 + (y-b)^2} + \frac{c_2 [(x-a)^2 - (y-b)^2]}{[(x-a)^2 + (y-b)^2]^2} + \ldots \\ & + d_0 \operatorname{arctg} \frac{y-b}{x-a} - \frac{d_1 (y-b)}{(x-a)^2 + (y-b)^2} - \frac{2 d_2 (x-a)(y-b)}{[(x-a)^2 + (y-b)^2]^2} - \ldots \\ & + \ldots. \end{aligned}$$

Wenn das Flüssigkeitsgebiet beschränkt ist, so können $\frac{\delta \phi}{\delta x}$ und $\frac{\delta \phi}{\delta y}$ außerhalb desselben, selbst am Rande, Verzweigungspunkte aufweisen. Innerhalb des Gebietes sind aber Entwicklungen von $\frac{\delta \phi}{\delta x}$ und $\frac{\delta \phi}{\delta y}$ möglich, die denselben Charakter wie die obigen Reihen tragen, nur daß die Potenzreihen für die Umgebung anderer Punkte als des Nullpunkts aufzustellen sind.

Die Konstanten in der Reihe (29) können als Funktionen der Zeit t betrachtet werden; nur bei d_0 ist dies auszuschließen, da sonst $\frac{\delta \phi}{\delta t}$ unendlich vieldeutig würde, was wegen (18), in dem alle übrigen Größen eindeutig sind, nicht zugelassen werden kann. Bei c_0 trifft dieses Bedenken nicht zu, da nur der reelle Wert des Logarithmus in betracht kommt. Die Flächen ϕ = Const. (hier bei der Bewegung in der Ebene Linien) heißen Flächen (resp. Linien) gleichen Geschwindigkeitspotentials; die Bezeichnung Niveauflächen (resp. Niveaukurven) wird dafür gleichfalls angewandt, kann jedoch, wenn die Flüssigkeit einer Kraft mit einer Kräftefunktion unterworfen ist, zu Verwechslungen Veranlassung bieten. Die Linien, in denen sich die einzelnen Flüssigkeitsteilchen bewegen, heißen Stromlinien; sie sind dadurch charakterisiert, daß sie überall auf den Flächen, resp. Linien gleichen Geschwindigkeitspotentials senkrecht stehen. Sei für den Fall, daß ϕ von t unabhängig ist, die Schar der Stromlinien unserer ebenen Bewegung durch ψ (x, y) = Const. gegeben, so muß wegen des Senkrechtstehens die Gleichung gelten

$$(30) \quad \frac{\delta \phi}{\delta x} \frac{\delta \psi}{\delta x} + \frac{\delta \phi}{\delta y} \frac{\delta \psi}{\delta y} = 0.$$

Ist nun

$$(31) \quad \phi(x, y) = f_1(x + i y) + f_2(x - i y),$$

so genügt

$$(32) \quad \psi(x, y) = \frac{1}{i}\left[f_1(x + i y) - f_2(x - i y)\right]$$

der Bedingung (30), wie durch Nachrechnen leicht zu verifizieren ist.

Hiernach können wir zu dem Geschwindigkeitspotential (29) unmittelbar die Gleichung der Stromlinien bilden; es ergiebt sich

$$\begin{aligned}(33) \quad \psi(x, y) = {} & a_1 y + 2 a_2 x y + a_3 (3 x^2 y - y^3) + \dots \\ & - b_0 - b_1 x - b_2 (x^2 - y^2) - b_3 (x^3 - 3 x y^2) - \dots \\ & + c_0 \operatorname{arctg} \frac{y - b}{x - a} - \frac{c_1 (y - b)}{(x - a)^2 + (y - b)^2} - \dots \\ & - \frac{1}{2} d_0 \log\left[(x - a)^2 + (y - b)^2\right] - \frac{d_1 (x - a)}{(x - a)^2 + (y - b)^2} - \dots\end{aligned}$$

Da aber ψ (x, y) von derselben Art wie ϕ (x, y) ist und nur andere Koeffizienten aufweist, so kann es selbst als Geschwindigkeitspotential angesehen werden, zu dem wegen der Symmetrie von (30) die Stromlinien ϕ (x, y) = Const. gehören. Die durch die Geschwindigkeitspotentiale ϕ und ψ bestimmten Bewegungen heißen konjugiert; die Stromlinien der einen sind die Linien gleichen Geschwindigkeitspotentials der andern.

Wenn feste Wände einen Teil der Grenze der Flüssigkeit bilden, so müssen sie aus Stromlinien zusammengesetzt sein. Eine freie Grenze kann ebenfalls nur aus Stromlinien bestehen; außerdem müssen an ihr bestimmte Druckbedingungen befriedigt werden. Bei einer inkompressibeln Flüssigkeit können wir der Einfachheit halber annehmen, daß an der freien Oberfläche p = o ist.*) Nun wird sich später schon bei ziemlich einfachen Bewegungen, die unter Verhältnissen vor sich gehen, wie sie der Wirklichkeit entsprechen, ein Zusammenfallen von Stromlinien mit der Fläche p = o nicht bewerkstelligen lassen. Hieraus ist nun aber nicht der Schluß zu ziehen,

*) Man könnte auch annehmen, daß die Flüssigkeit erst bei einem bestimmten negativen Druck zerreißt; andrerseits kommt der Luftdruck in Betracht.

daß diese Bewegungen völlig unmöglich seien. Gelangt ein Flüssigkeitsteilchen in eine Region negativen Drucks, so verliert es den stetigen Zusammenhang, es löst sich in Tropfen auf. Diese folgen allerdings andern Bewegungsgesetzen wie die kontinuierlichen Flüssigkeiten, so daß sie nicht gerade auf den theoretisch gefundenen Stromlinien bleiben, wodurch dann auch der weitere Verlauf der Bewegung geändert wird. Indessen dürfen wir annehmen, daß wenn keine Stromlinie sich allzuweit außerhalb der Grenze $p = o$ entfernt, die Bewegung im Großen und Ganzen denselben Charakter behält und nur an manchen Stellen ein Schäumen eintritt. In der Natur ist dieser Vorgang fortwährend zu beobachten.

Die nur im Unendlichen unstetigen Glieder des Geschwindigkeitspotentials.

Wir können uns die gesamte Flüssigkeitsbewegung aus einer Reihe von Summanden zusammengesetzt denken, die den Gliedern der Reihe (29) entsprechen. Die Geschwindigkeitskomponenten eines Flüssigkeitsteilchens setzen sich aus der Summe der Komponenten zusammen, die jene einzelnen Glieder liefern. Die Untersuchung reduziert sich daher auf die Diskussion der einzelnen Glieder; hierbei können wir uns auf das Wesentlichste beschränken, da dieser Gegenstand von Klein in der angeführten Schrift behandelt ist, auf die hiermit verwiesen sei. Auch wollen wir uns hier zunächst auf stationäre Bewegungen beschränken. Übrigens wird es öfters zweckmäßig sein, je zwei Glieder der Reihe (29) sogleich zu vereinigen.

Setzen wir

$$(34) \quad \varphi = a_1 x + b_1 y,$$

so wird

$$u = a_1 \quad v = b_1,$$

so daß die Bewegung ein gleichmäßiges Strömen in parallelen Geraden darstellt.

Die beiden Glieder mit a_2 und b_2 liefern die konjugierten Bewegungen

$$(35) \quad \varphi = a_2 (x^2 - y)^2, \quad \psi = 2 b_2 x y.$$

Die Stromlinien wie die Linien gleichen Geschwindigkeitspotentials sind gleichseitige Hyperbeln; beide Bewegungen sind wesentlich identisch. Für die höheren Glieder sind jene Kurven algebraische Linien höherer Ordnung; doch wird der ganze Verlauf durch Einführung von Polarkoordinaten klarer. Die Glieder mit den Koeffizienten a_k und b_k lauten, von einem konstanten Faktor abgesehen,

$$(36) \quad \varphi = \frac{1}{2} [(x + i y)^k + (x - i y)^k], \quad \psi = -\frac{i}{2} [(x + i y)^k - (x - i y)^k],$$

woraus durch Einsetzen von $x = \varrho \cos \vartheta$, $y = \varrho \sin \vartheta$ wird

$$(37) \quad \varphi = \varrho^k \cos k \vartheta, \quad \psi = \varrho^k \sin k \vartheta;$$

beide Bewegungssysteme sind bis auf die Richtung identisch und können auch leicht zu einem einzigen vereinigt werden. Es ist, wenn wir nur das erste System weiter behandeln,

$$(38) \quad \begin{cases} u = \dfrac{\delta \varphi}{\delta x} = \dfrac{k}{2} [(x + i y)^{k-1} + (x - i y)^{k-1}] = k \varrho^{k-1} \cos (k - 1) \vartheta, \\[2ex] v = \dfrac{\delta \varphi}{\delta y} = \dfrac{ki}{2} [(x + i y)^{k-1} - (x - i y)^{k-1}] = - k \varrho^{k-1} \sin (k - 1) \vartheta. \end{cases}$$

Im Nullpunkt verschwindet die Bewegung, im unendlich fernen Punkte wird die Geschwindigkeit unendlich von der $(k - 1)$ten Ordnung. Die Bewegung verläuft, vom Nullpunkt aus betrachtet, in radialer Richtung, wenn

$$\frac{v}{u} = \operatorname{tg} \vartheta$$

oder

$$\operatorname{tg} \vartheta = - \operatorname{tg} (k - 1) \vartheta,$$

d. h.

$$(39) \quad (k - 1) \vartheta = - \vartheta + l \cdot 180^0 \text{ oder } \vartheta = \frac{l \cdot 180^0}{k}$$

ist (l ganze Zahl). Die Richtung ist hierzu senkrecht, wenn

$$\frac{v}{u} = - \operatorname{cotg} \vartheta$$

also

$$\operatorname{cotg} \vartheta = \operatorname{tg} (k - 1) \vartheta,$$

d. h.

$$(39a) \quad \vartheta = \frac{90^0 + l \cdot 180^0}{k}$$

ist. Man erkennt leicht, daß das Flüssigkeitsgebiet in 2k kongruente Sektoren zerfällt, von denen je zwei aufeinanderfolgende die entgegengesetzte Bewegung aufweisen. Die Flüssigkeit strömt innerhalb eines solchen Sektors aus dem Unendlichen ins Endliche, um auf symmetrischem Wege ins Unendliche zurückzukehren.

Bei Bewegungen unbegrenzter Flüssigkeiten werden die besprochenen Glieder außer (34) überhaupt nicht auftreten, da das Unendlichwerden der Geschwindigkeit im Unendlichen nicht wohl zu verwirklichen ist. Hieraus geht hervor, daß gerade die Glieder, die Unendlichkeitspunkte im Endlichen aufweisen, in der Natur die Hauptrolle spielen. Von ihnen sind wiederum die transcendenten Glieder die weitaus wichtigsten und bedürfen einer speziellen Besprechung.

Die elementare Wirbelbewegung.

Wir untersuchen zunächst die Glieder vom Typus $\varphi = d_0 \operatorname{arctg} \frac{y - b}{x - a}$; der Einfachheit halber identifizieren wir den Punkt $x = a$, $y = b$ mit dem Nullpunkt, setzen $d_0 = \omega$ und behandeln also die Bewegung

$$(40) \quad \varphi = \omega \operatorname{arctg} \frac{y}{x},$$

welche die Stromkurven

$$\log (x^2 + y^2) = \text{Const.}$$

oder

$$x^2 + y^2 = \text{Const.}$$

besitzt. Die Stromkurven sind also Kreise mit dem Nullpunkt als Mittelpunkt. Für Polarkoordinaten geht (40) einfach in

$$(41) \quad \varphi = \omega \vartheta$$

über. Die Geschwindigkeitskomponenten sind

$$(42) \quad \begin{cases} u = \dfrac{\delta \varphi}{\delta x} = - \dfrac{\omega y}{x^2 + y^2} = - \dfrac{\omega y}{\varrho^2} = - \dfrac{\omega \sin \vartheta}{\varrho} \\ v = \dfrac{\delta \varphi}{\delta y} = \dfrac{\omega x}{x^2 + y^2} = \dfrac{\omega x}{\varrho^2} = \dfrac{\omega \cos \vartheta}{\varrho}, \end{cases}$$

die Gesamtgeschwindigkeit ist

$$(43) \quad V = \sqrt{u^2 + v^2} = \pm \frac{\omega}{\varrho}.$$

Die Bewegung besteht in einem Umkreisen des Nullpunktes, wobei jedes Teilchen die gleiche Geschwindigkeit beibehält, die dem Abstand vom Nullpunkt umgekehrt proportional ist, also im Unendlichen verschwindet, im Nullpunkt unendlich wird.

Bei der früher festgesetzten Lage der Koordinatenachsen geschieht die Umkreisung der Uhrzeigerbewegung entgegen, wenn ω positiv, im Sinne der Uhrzeigerbewegung, wenn ω negativ ist. Wir bezeichnen diese Bewegung als elementare Wirbelbewegung; der Nullpunkt ist ihr Wirbelpunkt, ω nennen wir die Intensität des Wirbels. Bei der räumlichen Bewegung in Parallelebenen entspricht dem Wirbelpunkt eine gerade Wirbellinie; wegen der Kongruenz der Bewegung in allen Parallelebenen ist die Intensität in allen Punkten der Wirbellinie die gleiche. Es braucht kaum bemerkt zu werden, daß die Unstetigkeit der Wirbelbewegung in Wegfall kommt, wenn um die Achse $x = o$, $y = o$ als innere Grenze ein fester Cylinder $x^2 + y^2 = r^2$ gelegt ist; auch von außen kann die Bewegung durch einen ebensolchen Cylindermantel begrenzt werden.

Die Druckverhältnisse im Wirbel wollen wir für den Fall untersuchen, daß die Flüssigkeit nur der senkrecht gegen die xy-Ebene gerichteten Schwerkraft unterliegt; die positive z-Achse möge vertikal nach oben gerichtet sein. Dann ist $U = -gz$, wo g die Beschleunigung durch die Schwere bezeichnet, und aus (18) folgt

$$(44) \quad p = \text{Const.} - \varepsilon g z - \frac{\varepsilon \omega^2}{2 \varrho^2}.$$

Für $p = o$ ergiebt sich die Gleichung

$$\frac{\omega^2}{x^2 + y^2} + 2 g z = \text{Const.};$$

nehmen wir an, daß für $\varrho = \infty$, also für die ruhende Flüssigkeit $z = o$ wird, so verschwindet die Konstante und wir haben

$$(45) \quad z = -\frac{\omega^2}{2 g (x^2 + y^2)} \quad \text{oder} \quad z = -\frac{\omega^2}{2 g \varrho^2}.$$

Die durch (45) bestimmte Rotationsfläche kann freie Oberfläche sein, da sie von Stromlinien gebildet wird. Ein axialer Schnitt ist gegen die z-Achse konvex. In Wirklichkeit gelangen also gar keine Flüssigkeitsteilchen in unendliche Geschwindigkeit; vielmehr bildet sich um die Wirbellinie ein trichterförmiger Hohlraum, ein Wirbelschlauch.

Mit Leichtigkeit kann man in jedem mit Flüssigkeit gefüllten Gefäße, dessen Begrenzung von einer Rotationsfläche mit senkrechter Achse gebildet wird, durch Umrühren eine Bewegung erzeugen, die der besprochenen so nahe kommt, als eben die Reibung zuläßt, über deren Einfluß wir noch weiter unten zu sprechen haben werden. Man bemerkt hierbei deutlich, daß die Bewegung nach der Achse hin immer rascher wird. Auch ein Ansatz zu dem Wirbelschlauch bildet sich, der nach innen konvex ist. Allmählich wird die Bewegung durch die Reibung zerstört.

Die elementare Wirbelbewegung, von der man ohne Schwierigkeit nachweisen kann, daß sie die einzige mögliche rotationslose Bewegung ist, bei der alle Flüssigkeitsteilchen gleichen Abstand von einer festen Achse einhalten, ist auch bei Gasen möglich, wenn U nicht von x, y, t abhängt. Es folgt dies daraus, daß alsdann ein Teilchen keine Druckänderung erfährt; bei seiner

Bewegung ändert sich ja weder die Geschwindigkeit noch U. Bei der gleichen Anordnung wie oben ergiebt sich unter Zugrundelegung des einfachen Mariotte'schen Gesetzes nach (20)

$$a^2 \log p = C - g z - \frac{\omega^2}{2 \varrho^2}.$$

Ist für $z = o$ und $\varrho = \infty$ $p = p_0$, so wird hieraus

$$(46) \quad a^2 \log \frac{p}{p_0} = - g z - \frac{\omega^2}{2 \varrho^2}.$$

Für $\varrho = o$ wird $p = o$, so daß auch hier kein Teilchen in die Unstetigkeitslinie selbst geräth. Diese Druckverhältnisse setzen voraus, daß alle Gasteile gleiche Temperatur besitzen. Da wenigstens der Theorie nach der Vorgang von unendlicher Dauer ist, so können wir sehr wohl annehmen, daß eine vollständige Temperaturausgleichung stattgefunden hat.

Wenden wir die adiabatische Gleichung an, so daß wir jedem Teilchen diejenige Temperatur zuschreiben, die es besitzen müßte, wenn es durch Ausdehnung oder Kompression aus einer Gasmasse von gleichförmigem Druck und gleichförmiger Temperatur hervorgegangen wäre, so erhalten wir gemäß (21)

$$\frac{K p_0^{\frac{1}{K}}}{(K-1) s_0} p^{\frac{K-1}{K}} = \text{Const.} - g z - \frac{\omega^2}{2 \varrho^2}$$

oder, wenn im Unendlichen für $z = o$ der Druck p_0 herrscht,

$$\frac{K p_0^{\frac{1}{K}}}{(K-1) s_0} p^{\frac{K-1}{K}} = \frac{K p_0}{(K-1) s_0} - g z - \frac{\omega^2}{2 \varrho^2} \text{ oder}$$

$$(47) \quad \frac{K p_0^{\frac{1}{K}}}{(K-1) s_0} \left(p_0^{\frac{K-1}{K}} - p^{\frac{K-1}{K}}\right) = g z + \frac{\omega^2}{2 \varrho^2}.$$

$p^{\frac{K-1}{K}}$ kann nicht negativ werden; es entsteht daher auch hier eine freie Oberfläche für $p = o$

$$(48) \quad g z + \frac{\omega^2}{2 \varrho^2} = \frac{K p_0}{(K-1) s_0},$$

die mit der für inkompressible Flüssigkeiten gefundenen wesentlich identisch ist.

Sind mehrere Wirbel vorhanden, so summieren sich für jeden Flüssigkeitspunkt die einzelnen Geschwindigkeitskomponenten. Man findet so einen von v. Helmholtz bewiesenen Satz wenigstens für den speziellen Fall paralleler Wirbellinien wieder. Dagegen bestätigen sich die v. Helmholtz'schen Resultate über die Bewegung mehrerer Wirbellinien um eine gemeinsame Schwerlinie nicht. Beliebig viele Wirbelfäden können in Ruhe verharren, wie leicht aus dem betreffenden Geschwindigkeitspotential hervorgeht. Da dieser Gegenstand für die folgenden Untersuchungen nicht wesentlich ist, so behalte ich mir vor, ihn bei anderer Gelegenheit weiter auszuführen.

Uns interessieren besonders die Druckverhältnisse, die beim gleichzeitigen Vorhandensein mehrerer Wirbel eintreten; es mag genügen zwei gleiche und gleich gerichtete Wirbel zu betrachten; in diesem Falle haben wir, wenn die Wirbelzentren auf der x-Achse in dem Punkte $x = a$ und $x = - a$ liegen,

$$(49) \quad \varphi = \omega \operatorname{arctg} \frac{y}{x - a} + \omega \operatorname{arctg} \frac{y}{x + a};$$

$$u = \frac{\delta \varphi}{\delta x} = - \frac{\omega y}{(x-a)^2 + y^2} - \frac{\omega y}{(x+a)^2 + y^2},$$

$$v = \frac{\delta \varphi}{\delta y} = \frac{\omega (x-a)}{(x-a)^2 + y^2} + \frac{\omega (x+a)}{(x+a)^2 + y^2},$$

$$V^2 = u^2 + v^2 = \frac{\omega^2}{(x-a)^2 + y^2} + \frac{\omega^2}{(x+a)^2 + y^2}$$

$$+ \frac{2\omega^2 (x^2 + y^2 - a^2)}{[(x-a)^2 + y^2]\,[(x+a)^2 + y^2]}$$

oder

$$(50) \quad V^2 = \frac{4\omega^2 (x^2 + y^2)}{[(x-a)^2 + y^2]\,[(x+a)^2 + y^2]}.$$

Für die Stromlinien gilt die Gleichung

$$\log\,[(x-a)^2 + y^2] + \log\,[(x+a)^2 + y^2] = \text{Const.}$$

oder

$$(51) \quad [(x-a)^2 + y^2]\,[(x+a)^2 + y^2] = \text{Const.}$$

Man erkennt hierin die Gleichung einer Cassini'schen Kurve, resp. Lemniskate. Die Flüssigkeitsteilchen bewegen sich teils in Ovalen um die einzelnen Unstetigkeitspunkte, teils um beide Unstetigkeitspunkte gemeinsam. Eine Kurve hat im Nullpunkt, wo die Geschwindigkeit Null herrscht, einen Doppelpunkt.

Nehmen wir bei der früheren Anordnung für z einen konstanten Wert, so sind die Kurven gleichen Drucks auch Kurven gleicher Geschwindigkeit. Das Druckmaximum wird erreicht für $V = o$, d. h. für $x = o$, $y = o$ und für den unendlich fernen Punkt. Die Kurven gleichen Drucks haben die Gleichung

$$(52) \quad [(x-a)^2 + y^2]\,[(x+a)^2 + y^2] = 2c^2 (x^2 + y^2),$$

worin c^2 eine wesentlich positive Konstante ist; sie sind symmetrisch in Bezug auf die x-Achse und die y-Achse. Die Kurve besteht aus zwei getrennten, geschlossenen Teilen, die die beiden Unstetigkeitspunkte umgeben und deren Gestalt näherungsweise als eine ovale bezeichnet werden kann. Die x-Achse wird von einer solchen Kurve in den Punkten

$$(53) \quad x = \pm \sqrt{a^2 + c^2 \pm \sqrt{2a^2c^2 + c^4}}$$

geschnitten. Der Abstand zwischen den beiden Schnittpunkten auf einer Seite des Nullpunktes, also die Achse eines der beiden Ovale, ist

$$A = \sqrt{a^2 + c^2 + \sqrt{2a^2c^2 + c^4}} - \sqrt{a^2 + c^2 - \sqrt{2a^2c^2 + c^4}}$$

oder

$$(54) \quad A = c\sqrt{2}.$$

Andrerseits berechnet man für die größte Ausdehnung der Kurve in der Richtung der y-Achse

$$(55) \quad B = \frac{c}{a}\sqrt{2a^2 + c^2},$$

so daß

$$B > A$$

ist. Die Linien gleichen Drucks sind hier also nicht kreisförmig, sondern haben in der Richtung der y-Achse eine größere Ausdehnung als in der Richtung der x-Achse.

Weiter interessiert es uns, unter den gleichen Umständen die Druckverhältnisse für einen fortschreitenden Wirbel kennen zu lernen. Das Geschwindigkeitspotential

$$(56) \quad \varphi = \omega \operatorname{arctg} \frac{y}{x - ct}$$

stellt einen Wirbel dar, der mit der konstanten Geschwindigkeit c in der Richtung der positiven x-Achse fortschreitet. Es ist hier

$$(57)\quad \begin{cases} u = \frac{\delta \phi}{\delta x} = - \frac{\omega y}{(x - ct)^2 + y^2}, \; v = \frac{\delta \phi}{\delta y} = \frac{\omega (x - ct)}{(x - ct^2 + y^2)}, \\ V^2 = \frac{\omega^2}{(x - ct)^2 + y^2}, \\ \frac{\delta \phi}{\delta t} = \frac{\omega c y}{(x - ct)^2 + y^2}, \end{cases}$$

so daß aus (18) bei konstantem z folgt

$$(58)\quad P = \text{Const.} - \frac{1}{2} \frac{\omega^2 + 2 \omega c y}{(x - ct)^2 + y^2};$$

Const. kann noch die Zeit enthalten. Die Kurven gleichen Drucks sind für ein konstantes t — nehmen wir $t = o$ —

$$(59)\quad x^2 + y^2 = C (\omega + 2 c y),$$

d. h. Kreise mit dem Radius

$$(60)\quad r = \sqrt{C^2 c^2 + C\omega}$$

und dem Mittelpunkt

$$(61)\quad x = o,\; y = C c.$$

Ist ω positiv, so kann C zunächst jeden positiven Wert annehmen. Wir erhalten eine Reihe exzentrischer Kreise, deren Radius von Null ins Unendliche wächst, während ihr Mittelpunkt in der Richtung der positiven y-Achse ins Unendliche weiterrückt. Der am weitesten in der Richtung der negativen y-Achse vorgeschobene Punkt eines dieser Kreise hat die Koordinaten

$$x = o,\; y = Cc - \sqrt{C^2 c^2 + C\omega} = Cc - Cc \sqrt{1 + \frac{\omega}{C c^2}}$$

Die Wurzel auf der rechten Seite kann für hinreichend große C in eine Potenzreihe entwickelt werden. Für $C = \infty$ ergiebt sich auf diese Art der Grenzwert

$$(62)\quad y = - \frac{\omega}{2 c}.$$

Aus (58) ist ersichtlich, daß für alle Punkte mit diesem y P den gleichen Wert annimmt. Für die Linien gleichen Drucks jenseit dieser Grenzlinie ergiebt sich ein zweites System exzentrischer Kreise, für die C negativ ist. Für

$$C = - \frac{\omega}{c^2}$$

wird $r = o$, und man erkennt leicht (was auch direkt durch Differentiation abzuleiten ist), daß hier der Druck sein Maximum erreicht. Dem entspricht der Punkt

$$(63)\quad x = o,\; y = - \frac{\omega}{c}.$$

Ist ω negativ, so bleibt diese Untersuchung ungeändert, wenn man nur auch C das umgekehrte Zeichen giebt. Wir erhalten das interessante Resultat:

Wenn ein Wirbel (und damit ein Druckminimum) geradlinig und mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortschreitet, so erzeugt er zur Rechten oder zur Linken der Fortschreitungsrichtung ein Druckmaximum, je nachdem sein Drehungssinn dem des Uhrzeigers entgegengesetzt ist oder mit ihm übereinstimmt.

Der Abstand des Maximums vom Minimum ergiebt sich mit Hilfe von (43); wir können sagen:

Das Maximum liegt an einer Stelle des Wirbels, wo die Geschwindigkeit in Folge der Wirbelbewegung so groß wie die Geschwindigkeit des Fortrückens des Wirbelzentrums ist.

Die Stromlinien fallen bei dem wandernden Wirbel nicht mit den Kurven gleichen Drucks zusammen; daher eignet sich diese Bewegung nicht zur Bildung einer glatten, freien Oberfläche. Auch ist sie bei kompressibeln Flüssigkeiten ohne Modifikation nicht möglich; da nämlich die einzelnen Teilchen Druckänderungen erfahren, so kann die Bewegung, die die Kontinuitätsgleichung für inkompressible Flüssigkeiten befriedigt, nicht auch (5) oder (8) genügen. Trotzdem werden wir nicht fehlgehen, wenn wir die Bewegung in wenig modifizierter Weise auch bei Gasen als möglich annehmen.

Die Quelle von positiver und negativer Ergiebigkeit.

Das Geschwindigkeitspotential

$$(64)\quad \varphi = \frac{\omega_1}{2} \log (x^2 + y^2) = \omega_1 \log \varrho,$$

welches auch wieder den Nullpunkt zum Unstetigkeitspunkt hat, liefert die Geschwindigkeitskomponenten

$$(65)\quad \begin{cases} u = \dfrac{\delta \varphi}{\delta x} = \dfrac{\omega_1 x}{x^2 + y^2} = \dfrac{\omega_1 \cos \vartheta}{\varrho}, \\[2mm] v = \dfrac{\delta \varphi}{\delta y} = \dfrac{\omega_1 y}{x^2 + y^2} = \dfrac{\omega_1 \sin \vartheta}{\varrho}. \end{cases}$$

Die Gleichungen der Stromlinien lauten

$$(66)\quad \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \text{Const., d. h. } y = c \cdot x,$$

sind also die Geraden, die durch den Nullpunkt gehen. Es handelt sich um eine allseitig symmetrische Strömung vom Nullpunkt aus oder nach dem Nullpunkt hin; ersteres findet für positive, letzteres für negative ω_1 statt. Wir können mit Klein sagen, daß wir im Nullpunkt eine Quelle von positiver oder negativer Ergiebigkeit besitzen; letztere ist ω_1 proportional. Die Geschwindigkeit ist wieder im Nullpunkt unendlich, während sie im Unendlichen verschwindet. Weiter folgt

$$\frac{d\varrho}{dt} = \frac{\delta \varrho}{\delta x}\frac{dx}{dt} + \frac{\delta \varrho}{\delta y}\frac{dy}{dt} = u \frac{\delta \varrho}{\delta x} + v \frac{\delta \varrho}{\delta y}$$

$$= \frac{ux}{\varrho} + \frac{vy}{\varrho} = \frac{\omega_1 x^2}{\varrho (x^2 + y^2)} + \frac{\omega_1 y^2}{\varrho (x^2 + y^2)} = \frac{\omega_1}{\varrho}$$

oder

$$\varrho \frac{d\varrho}{dt} = \omega_1,$$

somit

$$\frac{\varrho^2}{2} = \omega_1 t + \text{Const.}$$

oder, wenn wir für $t = o$ $\varrho = o$ annehmen,

$$(66a)\quad \varrho^2 = 2\omega_1 t,\ \varrho = \sqrt{2\omega_1 t},\ t = \frac{\varrho^2}{2\omega_1}.$$

Für den Druck finden wir unter denselben Bedingungen wie in dem vorigen Abschnitt

$$p = \text{Const.} - s g z - \frac{s \omega_1^2}{2 \varrho^2}$$

oder, wenn wieder im Unendlichen für $z = o$ auch $p = o$ wird,

$$(67) \quad p = - s g z - \frac{s \omega_1^2}{2 \varrho^2}$$

und somit die Gleichung für die freie Oberfläche

$$(68) \quad z = - \frac{\omega_1^2}{2 g \varrho^2},$$

die mit (45) wesentlich übereinstimmt.

Diese Bewegung kann nicht in aller Strenge verwirklicht werden; doch zeigt eine sich mehr in horizontaler als vertikaler Richtung ausbreitende Flüssigkeit bei Einfluß oder Ausfluß durch eine Bodenöffnung ein ähnliches Verhalten. In der Umgebung dieser Öffnung hört freilich das horizontale Fließen völlig auf und ist genau genommen nirgends vorhanden. Auch ist zu beachten, daß bei der zuletzt angenommenen Kräfteanordnung die freie Oberfläche nicht durch Stromlinien gebildet wird — letztere laufen ja, theoretisch betrachtet, horizontal —, dass also ein Schäumen eintreten muß. — Die positiv ergiebige Quelle zeigt ein Strömen vom höheren nach dem niederen Druck.

Für eine kompressible Flüssigkeit muß die Quellenbewegung modifiziert werden, da hier ein Flüssigkeitsteilchen Druckänderungen erfährt. Wir fragen: wie muß sich eine stationäre, rein radiale Bewegung für Gase gestalten? Dieselbe ist von den äußeren Bedingungen abhängig, doch wollen wir diese erst weiter unten einführen und nur voraussetzen, daß die Kräfte nicht von x, y abhängen. Für das einfache Mariotte'sche Gesetz, das hier freilich wegen der rasch erfolgenden Dichtigkeitsänderungen nicht wohl zutreffend ist, und für das hier besser anwendbare adiabatische Gesetz können wir dieselbe Rechnung durchführen, nur daß im ersteren Falle $K = 1$ zu nehmen ist. Wir setzen*)

$$(69) \quad u = f(\varrho) \cos \vartheta, \quad v = f(\varrho) \sin \vartheta$$

oder

$$u = f(\varrho) \frac{x}{\varrho}, \quad v = f(\varrho) \frac{y}{\varrho},$$

haben also

$$\frac{\delta u}{\delta x} = f'(\varrho) \frac{x^2}{\varrho^2} + f(\varrho) \frac{1}{\varrho} - f(\varrho) \frac{x^2}{\varrho^3},$$

$$\frac{\delta v}{\delta y} = f'(\varrho) \frac{y^2}{\varrho^2} + f(\varrho) \frac{1}{\varrho} - f(\varrho) \frac{y^2}{\varrho^3}$$

und somit

$$\frac{\delta u}{\delta x} + \frac{\delta v}{\delta y} = f'(\varrho) + \frac{1}{\varrho} f(\varrho);$$

aus (8) wird

$$(70) \quad \frac{dp}{dt} + K p \left[f'(\varrho) + \frac{1}{\varrho} f(\varrho)\right] = o.$$

*) Daß die Bewegung rotationsfrei, ist mittels (13) leicht nachzuweisen.

Nun ist aber hier, da nur in radialer Richtung eine Druckänderung stattfindet und die Bewegung stationär ist,

$$\frac{dp}{dt} = \frac{dp}{d\varrho}\,\frac{d\varrho}{dt} = \frac{dp}{d\varrho}\,f(\varrho),$$

so daß aus Gleichung (70)

$$\frac{dp}{d\varrho} = -\,Kp\left[\frac{f'(\varrho)}{f(\varrho)} + \frac{1}{\varrho}\right]$$

oder

$$\frac{dp}{p} = -\,K\left[\frac{f'(\varrho)}{f(\varrho)} + \frac{1}{\varrho}\right] d\varrho$$

wird, woraus durch Integration folgt

$$\log(c\,p) = -\,K\,[\log f(\varrho) + \log \varrho] = -\,K \log\,[\varrho\, f(\varrho)]$$

oder

$$(71)\qquad c\,p = \frac{1}{[\varrho\, f(\varrho)]^K}.$$

Weiter können wir die Rechnung nicht durchführen, ohne eine Annahme über die äußeren Kräfte zu machen. Sind gar keine solchen Kräfte vorhanden, was nur bei eingeschlossenen Gasmassen möglich ist, so wird aus (18)

$$(72)\qquad \frac{1}{2}\,[f(\varrho)]^2 = C - P.$$

Nach (20) wird für das Mariotte'sche Gesetz

$$\frac{1}{2}\,[f(\varrho)]^2 = C - a^2 \log p$$

oder

$$(73)\qquad p = e^{\frac{1}{a^2}\left[C - \frac{1}{2}[f(\varrho)]^2\right]},$$

also nach (71), in dem K 1 zu setzen ist,

$$c\,e^{\frac{1}{a^2}\left[C - \frac{1}{2}[f(\varrho)]^2\right]} = \frac{1}{\varrho\, f(\varrho)}$$

oder

$$\varrho = \frac{e^{-\frac{1}{a^2}\left[C - \frac{1}{2}[f(\varrho)]^2\right]}}{c\, f(\varrho)},$$

oder unter Benutzung einer anderen Konstanten

$$(74)\qquad \varrho = C\,.\,\frac{e^{\frac{1}{2a^2}[f(\varrho)]^2}}{f(\varrho)},$$

so daß $f(\varrho)$ durch eine transcendente Gleichung bestimmt ist.

Für das adiabatische Gesetz erhalten wir nach (21)

$$\frac{1}{2}\,[f(\varrho)]^2 = C - \frac{K p_0^{\frac{1}{K}}}{(K-1)\,\varrho_0}\; p^{\frac{K-1}{K}},$$

also

$$(75)\quad p = p_0^{-\frac{1}{K-1}} \left\{ \frac{(K-1)\, s_0 \left[C - \frac{1}{2}[f(\varrho)]^2\right]}{K} \right\}^{\frac{K}{K-1}}$$

und somit aus (71)

$$c\, p_0^{-\frac{1}{K-1}} \left\{ \frac{(K-1)\, s_0 \left[C - \frac{1}{2}[f(\varrho)]^2\right]}{K} \right\}^{\frac{K}{K-1}} = \frac{1}{[\varrho\, f(\varrho)]^K}.$$

Wegen der Willkürlichkeit von c können wir unter Einführung einer neuen Konstanten hierfür schreiben

$$(76)\quad \varrho = \frac{c\left[C - \frac{1}{2}[f(\varrho)]^2\right]^{-\frac{1}{K-1}}}{f(\varrho)},$$

so daß sich auch hier $f(\varrho)$, d. h. $\frac{d\varrho}{dt}$, nicht in einfacher Form durch ϱ ausdrückt.

Ist $U = -g z$, so bleibt der Verlauf wesentlich derselbe; z geht in die Konstante C ein.

Wirbelbewegung und Quellenbewegung können in demselben Punkte vereinigt auftreten. Für den Nullpunkt als Unstetigkeitspunkt haben wir

$$(77)\quad \phi = \omega \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + \frac{\omega_1}{2} \log (x^2 + y^2),$$

woraus

$$(78)\quad \begin{cases} u = \dfrac{\delta \phi}{\delta x} = \dfrac{-\omega y + \omega_1 x}{\varrho^2}, \\[2ex] v = \dfrac{\delta \phi}{\delta y} = \dfrac{\omega x + \omega_1 y}{\varrho^2} \end{cases}$$

folgt oder, wenn $\omega = A \sin \alpha$, $\omega_1 = A \cos \alpha$, also $A = \sqrt{\omega^2 + \omega_1^2}$ gesetzt wird und zugleich Polarkoordinaten eingeführt werden,

$$(79)\quad u = \frac{A \cos (\alpha + \vartheta)}{\varrho},\quad v = \frac{A \sin (\alpha + \vartheta)}{\varrho}.$$

Der Winkel, welchen die Geschwindigkeitsrichtung mit der positiv gerichteten x-Achse bildet, ist also $\alpha + \vartheta$, so daß die Stromlinien mit den vom Nullpunkte ausgehenden Strahlen überall den gleichen Winkel α bilden. Die Gleichung der Stromlinien lautet

$$\frac{\omega}{2} \log (x^2 + y^2) + \omega_1 \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \text{Const.}$$

oder in Polarkoordinaten

$$\omega \log \varrho + \omega_1 \vartheta = \text{Const.},$$

also

$$(80)\quad \varrho = C e^{-\frac{\omega_1 \vartheta}{\omega}},$$

sodass die Bewegung in logarithmischen Spiralen vor sich geht. Als Veranschaulichung des Vorgangs kann der wirbelnde Abfluß dienen, den wir oft bei Abströmen einer Flüssigkeit durch eine Bodenöffnung beobachten.

Die höheren Unstetigkeiten der Flüssigkeitsbewegung.

Behufs Untersuchung der höheren Unstetigkeitsglieder der Flüssigkeitsbewegung nehmen wir wieder den Nullpunkt als Unstetigkeitspunkt und führen Polarkoordinaten ein. Es ist

$$(81)\quad \begin{cases} \frac{c_k}{2}\left[\frac{1}{(x+iy)^k}+\frac{1}{(x-iy)^k}\right] = c_k\,\varrho^{-k}\cos k\,\vartheta, \\ -\frac{id_k}{2}\left[\frac{1}{(x+iy)^k}-\frac{1}{(x-iy)^k}\right] = -\,d_k\,\varrho^{-k}\sin k\,\vartheta. \end{cases}$$

Setzen wir $c_k = A_k \cos \alpha$, $d_k = A_k \sin \alpha$, so wird die Summe beider Glieder zu

$$(82)\quad \varphi = A_k\,\varrho^{-k}\cos(\alpha + k\,\vartheta).$$

Die konjugierte Bewegung wird dargestellt durch

$$(83)\quad \psi = -\,A_k\,\varrho^{-k}\sin(\alpha + k\,\vartheta);$$

beide sind von einer Drehung abgesehen identisch und in beiden können wir nach einer Drehung $\alpha = 0$ setzen. Wir behandeln hiernach (82) weiter, das jetzt lautet

$$(84)\quad \varphi = A_k\,\varrho^{-k}\cos k\,\vartheta,$$

und berechnen

$$(85)\quad \begin{cases} \frac{\delta\varphi}{\delta\varrho} = -\,k\,A_k\,\varrho^{-k-1}\cos k\,\vartheta, \\ \frac{1}{\varrho}\frac{\delta\varphi}{\delta\vartheta} = -\,k\,A_k\,\varrho^{-k-1}\sin k\,\vartheta, \\ u = \frac{\delta\varphi}{\delta x} = -\,k\,A_k\,\varrho^{-k-1}\cos(k+1)\,\vartheta, \\ v = \frac{\delta\varphi}{\delta y} = -\,k\,A_k\,\varrho^{-k-1}\sin(k+1)\,\vartheta, \\ V = \sqrt{u^2+v^2} = \pm\,k\,A_k\,\varrho^{-k-1}. \end{cases}$$

Die Geschwindigkeit ist überall nur eine Funktion des Abstandes vom Unstetigkeitspunkt und wird gegen diesen hin unendlich von der $(k+1)$ten Ordnung, im Unendlichen aber Null. Die Gleichung der Stromlinien lautet

$$(86)\quad \varrho^k = C\sin k\,\vartheta.$$

Für alle ϑ, welche sich um $\frac{360^0}{k}$ unterscheiden oder die zusammen $\frac{180^0}{k}$ betragen, wird ϱ bei gleichem C das gleiche. Wir können das ganze Bewegungsgebiet in 2 k kongruente Sektoren zerlegen, von denen je zwei aufeinanderfolgende entgegengesetzte Bewegung zeigen und in denen C das entgegengesetzte Zeichen zu geben ist, um reelle, positive ϱ zu erhalten. In der Mittellinie eines jeden Sektors, nämlich für

$$\vartheta = \frac{90^0 + m\,.\,180^0}{k}.$$

verschwindet die radiale Geschwindigkeit; am Rande der Sektoren herrscht nur radiale Geschwindigkeit. Alle Stromlinien gehen durch das Zentrum, während sie für endliche C nicht ins Unendliche reichen, bilden also eine ungefähr ovale Kurve. Innerhalb eines Sektors entströmt dem Nullpunkt die Flüssigkeit, wendet in der Mitte um, um wieder dem Nullpunkt symmetrisch zuzuströmen. — Klein hat gezeigt, wie die höheren Unstetigkeiten aus niederen hervorgehen.

Im ganzen können wir sagen, daß diese höheren Unstetigkeiten ($k = 1$ vielleicht ausgenommen, wo die Stromlinien Kreise werden) einen besonderen Charakter tragen und nur unter besonderen Verhältnissen auftreten. Nehmen wir hinzu, daß ein Ab- und Zufluß bei einer sich ins Unendliche erstreckenden Flüssigkeit nicht möglich ist*), ebenso auch ein unendlich rasches Strömen in der Unendlichkeit auszuschließen ist, so gelangen wir zu dem Resultat:

Die Bewegung einer sich allerseits ins Unendliche erstreckenden, in einer Ebene sich bewegenden Flüssigkeit ist, abgesehen von einer geradlinigen Strömung, durch eine Anzahl von Wirbeln charakterisiert.

Wir beschließen hiermit die allgemeineren Untersuchungen und wenden uns mehr den Vorgängen auf der Erdoberfläche zu.

Wirbel- und Quellenbewegung auf der rotierenden Erde.

Für unsere meteorologischen Studien ist es von besonderer Wichtigkeit zu untersuchen, welchen Einfluß die Erdrotation auf die Wirbel- und Quellenbewegung ausübt. Wir setzen voraus, daß nur ein so kleines Stück der Erdoberfläche in Betracht kommt, daß dasselbe als eben angesehen werden kann. Wir nehmen dasselbe wieder als xy-Ebene, wobei es auf das Azimut der Achsen nicht ankommt. Die Schwerkraft, in die wir die Zentrifugalkraft, die durch die Erdrotation hervorgerufen wird, miteinrechnen, nehmen wir als konstant an. Um die Erdrotation zu berücksichtigen, brauchen wir dann nur auf der nördlichen Erdhälfte eine nach rechts (senkrecht zur Bewegungsrichtung), auf der südlichen eine nach links ablenkende Kraft von der Größe

$$(87)\quad 2\,\omega_0\, V \sin\beta = \varkappa\, V$$

zuzufügen, worin ω_0 die Winkelgeschwindigkeit der Erde, V die Gesamtgeschwindigkeit des bewegten Teilchens und β die als konstant gedachte geographische Breite bezeichnet. Für die Kräftekomponenten haben wir dann auf der nördlichen Halbkugel

$$(88)\quad \begin{cases} X = \varkappa V \dfrac{v}{V} = \varkappa v, \\ Y = -\varkappa V \dfrac{u}{V} = -\varkappa u \\ Z = -g. \end{cases}$$

Wenn wir die Voraussetzung machen, daß die Flüssigkeit die Rotationsbewegung der Erde mitangenommen hat, so können wir ihre hier allein in Betracht kommende relative Bewegung wenigstens anfänglich als rotationslos ansehen. Aber bleibt sie es auch? Diese Frage muß erledigt werden, da hier X, Y, Z keine eigentliche Kräftefunktion haben. Nach Früherem ist Letzteres aber auch nicht nötig, vielmehr genügt die Befriedigung der Gleichungen (12_0). Die beiden letzten sind selbstverständlich befriedigt; ferner haben wir

$$\frac{\delta X}{\delta y} = \varkappa \frac{\delta v}{\delta y}, \quad \frac{\delta Y}{\delta x} = -\varkappa \frac{\delta u}{\delta x},$$

so daß

$$\frac{\delta v}{\delta y} = -\frac{\delta u}{\delta x} \text{ oder } \frac{\delta u}{\delta x} + \frac{\delta v}{\delta y} = 0$$

*) Wenigstens nicht in voller Genauigkeit.

sein muß. Dies ist aber die Kontinuitätsgleichung für inkompressible Flüssigkeiten. Bei inkompressibeln Flüssigkeiten kann daher die resultierende relative Bewegung als dauernd rotationslos angesehen werden und nur für sie führen wir die allgemeinere Rechnung weiter.

Die Bewegungsgleichungen lauten für stationäre Vorgänge

$$(89)\quad \begin{cases} u\,\dfrac{\delta u}{\delta x} + v\,\dfrac{\delta u}{\delta y} = \varkappa\, v - \dfrac{1}{s}\,\dfrac{\delta p}{\delta x} \\ u\,\dfrac{\delta v}{\delta x} + v\,\dfrac{\delta v}{\delta y} = -\varkappa\, u - \dfrac{1}{s}\,\dfrac{\delta p}{\delta y} \\ o = -g - \dfrac{1}{s}\,\dfrac{\delta p}{\delta z}. \end{cases}$$

Wir versuchen zunächst, ob sie durch die gewöhnliche Wirbelbewegung befriedigt werden und setzen zu diesem Zwecke die Werte (42) ein. Es folgt

$$-\frac{\omega^2 x}{\varrho^4} = \frac{\varkappa\omega x}{\varrho^2} - \frac{1}{s}\,\frac{\delta p}{\delta x}$$

$$-\frac{\omega^2 y}{\varrho^4} = \frac{\varkappa\omega y}{\varrho^2} - \frac{1}{s}\,\frac{\delta p}{\delta y}$$

$$o = -g - \frac{1}{s}\,\frac{\delta p}{\delta z}$$

oder

$$(90)\quad \begin{cases} \dfrac{\delta p}{\delta x} = s\left[\dfrac{\varkappa\omega x}{\varrho^2} + \dfrac{\omega^2 x}{\varrho^4}\right] = s\left[\dfrac{\varkappa\omega}{\varrho} + \dfrac{\omega^2}{\varrho^3}\right]\dfrac{\delta\varrho}{\delta x} \\ \dfrac{\delta p}{\delta y} = s\left[\dfrac{\varkappa\omega y}{\varrho^2} + \dfrac{\omega^2 y}{\varrho^4}\right] = s\left[\dfrac{\varkappa\omega}{\varrho} + \dfrac{\omega^2}{\varrho^3}\right]\dfrac{\delta\varrho}{\delta y} \\ \dfrac{\delta p}{\delta z} = -s g \end{cases}$$

Aus diesen Gleichungen ist ersichtlich, daß p als Funktion von ϱ und z allein betrachtet werden darf; wir können unmittelbar integrieren und erhalten

$$(91)\quad p = s\varkappa\omega \log\varrho - \frac{1}{2}\,\frac{s\omega^2}{\varrho^2} - s g z + \text{Const.}$$

Da bei der Wirbelbewegung eine Dichtigkeitsänderung nicht stattfindet, so erfüllen bei ihr auch Gase die Gleichung der Inkompressibilität, so daß wir nnser Resultat auf Gase übertragen dürfen, wenn wir nur P statt $\frac{p}{s}$ nach (20) oder (21) einführen.

Für das Mariotte'sche Gesetz haben wir

$$(92)\quad a^2 \log p = \varkappa\omega \log\varrho - \frac{1}{2}\,\frac{\omega^2}{\varrho^2} - g z + \text{Const.},$$

für das adiabatische Gesetz

$$(93)\quad \frac{K p_0^{\frac{1}{K}}}{(K-1)\, s_0}\, p^{\frac{K-1}{K}} = \varkappa\omega \log\varrho - \frac{1}{2}\,\frac{\omega^2}{\varrho^2} - g z + \text{Const.}$$

Diese Resultate zeigen, daß die reine Wirbelbewegung sehr wohl bei der Erdrotation bestehen kann; es findet lediglich eine Modifizierung der Druckverhältnisse statt. Das Wirbelzentrum bleibt unter allen Umständen ein Punkt geringsten Drucks; letzterer ist bei einer inkompressibeln Flüssigkeit negativ unendlich, bei einem Gase nach dem Mariotte'schen Gesetze Null,

während nach dem adiabatischen Gesetz hier ein freier Raum entsteht. Im Unendlichen wird der Druck positiv unendlich, wenn ω positiv ist; dies kommt natürlich für uns nicht in Betracht, da wir uns die Bewegung nur über einen verhältnismäßig kleinen Teil der Erdoberfläche ausgedehnt denken dürfen. Für negative ω wird aber der Druck im Unendlichen negativ unendlich, resp. Null.*) Zwischen dem Nullpunkt und dem Unendlichkeitspunkt liegt ein Kreis, für den der Druck ein Maximum erreicht; sein Radius bestimmt sich durch die Gleichung

$$\frac{\varkappa\omega}{\varrho} + \frac{\omega^2}{\varrho^2} = 0,$$

woraus

$$(94) \quad \varrho = \sqrt{-\frac{\omega}{\varkappa}}$$

folgt. Das Resultat lautet also:

Bei der cyklonalen Wirbelbewegung wird der Gesamtcharakter der Druckverteilung durch die Rotation der Erde nicht wesentlich modifiziert; das Wirbelzentrum ist das einzige Druckminimum. Bei der anticyklonalen Bewegung bleibt das Wirbelzentrum allerdings ein Minimum, aber es ist von einem Ringe umgeben, in dem der Druck sein Maximum erreicht, um dann nach außen wieder zu sinken.

In dem letzteren Fall ist es von Interesse, den Radius des Kreises, in dem das Druckmaximum herrscht, sowie die Geschwindigkeit daselbst für Beispiele kennen zu lernen. Rechnet man den Sterntag zu 86 164 Sekunden, so ist

$$(95) \quad \varkappa = \frac{4\pi \sin\beta}{86164}.$$

Herrscht nun in 100 km Abstand vom Wirbelzentrum eine Windgeschwindigkeit von resp. 1 m, 5 m, 10 m, so haben wir für den Radius ϱ des Maximalkreises und für die Geschwindigkeit V daselbst bei $\beta = 90^0$ resp.

$$(96) \quad \begin{cases} \varrho = 26{,}185 \text{ km}, & V = 3{,}82 \text{ m in der Sekunde} \\ \varrho = 58{,}687 \text{ km}, & V = 5{,}56 \text{ m} \;\;„\;\;„\;\;„ \\ \varrho = 82{,}505 \text{ km}, & V = 12{,}08 \text{ m} \;\;„\;\;„\;\;„ \end{cases}$$

Bei fortschreitenden Wirbeln gestalten sich die analogen Verhältnisse etwas komplizierter. Gehen wir von dem Geschwindigkeitspotential

$$(56) \quad \phi = \omega \operatorname{arctg} \frac{y}{x - ct}$$

aus, so finden wir aus den allgemeineren Gleichungen**) leicht

$$(97) \quad p = \varepsilon\varkappa\omega \log\varrho - \frac{\varepsilon}{2}\frac{\omega^2 + 2\omega c y}{\varrho^2} - \varepsilon g z + \text{Const.},$$

worin

$$(98) \quad \varrho = \sqrt{(x - ct)^2 + y^2}$$

zu setzen ist. Die Gleichung der Linien gleichen Drucks wird hier transcendent; wir beschränken uns darauf, die Punkte maximalen und minimalen Drucks zu berechnen. Es ist

*) Nach dem adiabatischen Gesetz könnte sich hier im Unendlichen überhaupt keine Flüssigkeit befinden.

**) Es kommt zu p in (91) nur $-\varepsilon\frac{\partial\phi}{\partial t}$ hinzu.

$$(99)\quad \begin{cases} \frac{\delta p}{\delta x} = \frac{\varepsilon \varkappa \omega (x - c t)}{\varrho^2} + \frac{\varepsilon (\omega^2 + 2 \omega c y)(x - c t)}{\varrho^4}, \\ \frac{\delta p}{\delta y} = \frac{\varepsilon \varkappa \omega y}{\varrho^2} + \frac{\varepsilon (\omega^2 + 2 \omega c y) y}{\varrho^4} - \frac{\varepsilon \omega c}{\varrho^2}; \end{cases}$$

für ein Maximum oder Minimum müssen beide Größen verschwinden, so daß wir, wenn jetzt $t = o$ gesetzt wird, haben

$$(100)\quad \begin{cases} x\,[\varkappa \varrho^2 + \omega + 2 c y] = o \\ \varkappa \varrho^2 y - c \varrho^2 + \omega y + 2 c y^2 = o \end{cases}$$

In der ersten Gleichung brauchen wir den zweiten Faktor nicht Null gleich zu setzen, da wir sonst aus der zweiten Gleichung doch nur den Wert $\varrho = o$ finden, der sich auch ohnedies ergiebt. Nehmen wir aber $x = o$, so geht die zweite Gleichung in

$$(101)\quad y\,[\varkappa y^2 + c y + \omega] = o$$

über und liefert die drei Lösungen

$$(102)\quad y_1 = o,\ y_2 = \frac{- c + \sqrt{c^2 - 4 \varkappa \omega}}{2 \varkappa},\ y_3 = \frac{- c - \sqrt{c^2 - 4 \varkappa \omega}}{2 \varkappa}.$$

Ist die Bewegung anticyklonal, also ω negativ, so ist y_2 positiv, y_3 negativ; wir haben ein Druckmaximum auf der linken und auf der rechten Seite der Bahn, das letztere weiter vom Wirbelzentrum entfernt als das erstere. Die Erscheinung ist nur eine Modifikation der soeben für ruhende Wirbel gefundenen.

Bei cyklonaler Bewegung, also für positive ω, werden y_2 und y_3 nur reell, wenn

$$(103)\quad c \geqq 2 \sqrt{\varkappa \omega} \text{ oder } c \geqq 4 \sqrt{\frac{\omega \pi \sin \beta}{86164}}$$

ist. Nehmen wir z. B. wieder an, dass der Wirbel in einer Entfernung von 100 km vom Zentrum 1 m Geschwindigkeit für die Sekunde zeigt, so berechnen wir für den Pol

$$(104)\quad c \geqq 7{,}638 \text{ m in der Sekunde,}$$

so daß nur bei Wirbeln von verhältnismäßig rascher Fortschreitungsgeschwindigkeit ein Maximum zur Entwicklung gelangt. Im Übrigen sind y_2 und y_3 hier negativ; y_2 liefert, weil es dem Minimum $x = o$, $y = o$ am nächsten liegt, ein Maximum, y_3 demgemäß ein Minimum. Für $c = 2 \sqrt{\varkappa \omega}$ kann weder ein Maximum noch Minimum, sondern nur ein Wendepunkt der Druckkurve vorhanden sein. Das Hauptresultat lautet für den cyklonalen Wirbel:

Ein fortschreitender, cyklonal drehender Wirbel erzeugt bei hinreichender Fortschreitungsgeschwindigkeit zur Rechten seiner Bahn ein Maximum und in größerer Entfernung ein sekundäres Minimum.

Bei vereinigter Wirbel- und Quellenbewegung nehmen wir für die Geschwindigkeitskomponenten die Werte (78) und erhalten damit aus (89) für inkompressible Flüssigkeiten

$$(105)\quad \begin{cases} - \frac{(\omega^2 + \omega_1^2)\, x}{\varrho^4} = \varkappa v - \frac{1}{\varepsilon} \frac{\delta p}{\delta x} \\ - \frac{(\omega^2 + \omega_1^2)\, y}{\varrho^4} = - \varkappa u - \frac{1}{\varepsilon} \frac{\delta p}{\delta y} \\ o = - g - \frac{1}{\varepsilon} \frac{\delta p}{\delta z} \end{cases}$$

oder

$$(106)\quad \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon}\frac{\delta p}{\delta x} = \frac{(\omega^2 + \omega_1^2)\,x}{\varrho^4} + \frac{\varkappa\,(\omega x + \omega_1 y)}{\varrho^2} \\ \frac{1}{\varepsilon}\frac{\delta p}{\delta y} = \frac{(\omega^2 + \omega_1^2)\,y}{\varrho^4} - \frac{\varkappa\,(-\omega y + \omega_1 x)}{\varrho^2} \\ \frac{1}{\varepsilon}\frac{\delta p}{\delta z} = -g. \end{cases}$$

Diese Gleichungen können integriert werden, indem man der Reihe nach immer nur x, y, z als variabel ansieht und schließlich durch Vereinigung der drei Resultate die Konstante bestimmt. Wir erhalten

$$(107)\quad \frac{p}{\varepsilon} = -\frac{\omega^2 + \omega_1^2}{\varrho^2} + \varkappa\omega \log\varrho - \varkappa\omega_1\ \mathrm{arctg}\,\frac{y}{x} - g z + \mathrm{Const.},$$

wofür wir schreiben können

$$(108)\quad \frac{p}{\varepsilon} = -\frac{\omega^2 + \omega_1^2}{\varrho^2} + \varkappa\omega \log\varrho - \varkappa\omega_1\,\vartheta - g z + \mathrm{Const.}$$

ϑ nimmt für die gleichen x und y unendlich viele reelle Werte an, so daß p unendlich vieldeutig wird. Würde man an Stelle einer der Stromlinien eine feste Wand (Linie) einschieben, so wäre die Bewegung möglich; es würde nur auf beiden Seiten dieser Wand verschiedener Druck herrschen. Eine völlig freie Bewegung kann aber unter diesen Verhältnissen nicht stattfinden. Es ist daher wohl eine reine Wirbelbewegung, aber nicht ihre Vereinigung mit einer Quellenbewegung unter dem Einfluß der Erdrotation als stationär denkbar.

Wir wollen jetzt die Untersuchung in der Weise variieren, daß wir die Annahme konstanter ω und ω_1 aufgeben und beide Größen als Funktionen der Zeit betrachten; wir sehen zu, ob unter dieser Annahme p als Funktion von ϱ, z und t allein dargestellt werden kann. Die Gleichungen (9) nehmen die Gestalt an

$$\frac{-\frac{d\omega}{dt}\,y + \frac{d\omega_1}{dt}\,x}{\varrho^2} - \frac{(\omega^2 + \omega_1^2)\,x}{\varrho^4} = \varkappa\,\frac{\omega x + \omega_1 y}{\varrho^2} - \frac{1}{\varepsilon}\frac{\delta p}{\delta x},$$

$$\frac{\frac{d\omega}{dt}\,x + \frac{d\omega_1}{dt}\,y}{\varrho^2} - \frac{(\omega^2 + \omega_1^2)\,y}{\varrho^4} = -\varkappa\,\frac{-\omega y + \omega_1 x}{\varrho^2} - \frac{1}{\varepsilon}\frac{\delta p}{\delta y}.$$

$$\frac{1}{\varepsilon}\frac{\delta p}{\delta z} = -g$$

oder

$$(109)\quad \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon}\frac{\delta p}{\delta x} = \frac{x\left(-\frac{d\omega_1}{dt} + \varkappa\omega\right)}{\varrho^2} + \frac{y\left(\frac{d\omega}{dt} + \varkappa\omega_1\right)}{\varrho^2} + \frac{(\omega^2 + \omega_1^2)\,x}{\varrho^4}, \\ \frac{1}{\varepsilon}\frac{\delta p}{\delta y} = -\frac{x\left(\frac{d\omega}{dt} + \varkappa\omega_1\right)}{\varrho^2} + \frac{y\left(-\frac{d\omega_1}{dt} + \varkappa\omega\right)}{\varrho^2} + \frac{(\omega^2 + \omega_1^2)\,y}{\varrho^4}, \\ \frac{1}{\varepsilon}\frac{\delta p}{\delta z} = -g. \end{cases}$$

Soll das reell unendlich vieldeutige Glied mit $\operatorname{arctg}\frac{y}{x}$ nicht auftreten, so muß

$$(110) \quad \frac{d\omega}{dt} + \varkappa\,\omega_1 = 0$$

sein. Die Integration liefert dann

$$(111) \quad \frac{p}{\varepsilon} = -\frac{\omega^2 + \omega_1^2}{2\varrho^2} + \left(\varkappa\,\omega - \frac{d\omega_1}{dt}\right)\log\varrho - g\,z + \text{Const.}$$

Je nach den äußeren Druckverhältnissen kann die Beziehung zwischen ω und ω_1 verschieden ausfallen. Ohne hierüber etwas festzusetzen, können wir auf den Verlauf im Allgemeinen aus (110) schließen. $\frac{d\omega}{dt}$ hat nämlich das umgekehrte Vorzeichen wie ω_1. Ist ω_1 positiv, strömt also die Flüssigkeit vom Nullpunkt aus, so nimmt es, wenn es anfänglich Null war, einen negativen Wert an; der sich herausbildende Wirbel dreht also mit dem Uhrzeiger. Ist ω_1 negativ, strömt also die Flüssigkeit gegen den Nullpunkt hin, so läuft die sich steigernde Wirbelbewegung dem Uhrzeiger entgegen. Man sieht, daß diese Resultate mit dem Buys-Ballot'schen Gesetz übereinstimmen.

Die Wirbel- und Quellenbewegung unter dem Einfluss der Reibung.

Bisher haben wir, im Gegensatz zu den Entwicklungen anderer Theoretiker, dem Einfluß der Reibung noch keine Rechnung getragen, wollen dies aber jetzt für die Wirbelbewegung bei inkompressiblen Flüssigkeiten thun. Die Differentialgleichungen (12) für reibende Flüssigkeiten unterscheiden sich von den gewöhnlichen hydrodynamischen Gleichungen durch die Glieder

$$\frac{k}{\varepsilon}\,\Delta\,u, \quad \frac{k}{\varepsilon}\,\Delta\,v, \quad \frac{k}{\varepsilon}\,\Delta\,w.$$

Hieraus folgt, daß alle rotationsfreien Bewegungen inkompressibler Flüssigkeiten durch die Reibung gar nicht beeinflußt werden, wenn die Flüssigkeit mit keinen festen Körpern in Berührung kommt. Existiert nämlich ein Geschwindigkeitspotential φ, so ist

$$(112) \quad \Delta\,u = \frac{\delta^3\varphi}{\delta x^3} + \frac{\delta^3\varphi}{\delta x\,\delta y^2} + \frac{\delta^3\varphi}{\delta x\,\delta z^2} = \frac{\delta}{\delta x}\left[\frac{\delta^2\varphi}{\delta x^2} + \frac{\delta^2\varphi}{\delta y^2} + \frac{\delta^2\varphi}{\delta z^2}\right] = 0,$$

u. s. w., sodaß jene drei Glieder in Wegfall kommen. Daß sich in der Wirklichkeit der Einfluß der Reibung so bedeutend geltend macht, liegt also — abgesehen von einer etwaigen Ungenauigkeit der Fundamentalgleichungen — an der Reibung gegen feste Körper, durch die die Rotationslosigkeit der Bewegung zerstört wird. Die einfachste, wenn auch zu weit gehende Annahme über das Verhalten von Flüssigkeit und festem Körper an der Berührungsfläche beider ist die, daß die Flüssigkeit an dem Körper haftet, daß also die dem Körper anliegende Schicht gegen diesen unbewegt ist.

Für kompressible Flüssigkeiten gilt die obige Betrachtung nur, soweit eine Dichtigkeitsänderung infolge der Bewegung nicht stattfindet, wie dies z. B. für die Wirbelbewegung zutrifft. Die Reibung ist bei Gasen im Innern überhaupt sehr gering, und der Haupteinfluß wird wieder durch die Berührung mit festen Körpern ausgeübt.

Wir wollen die Flüssigkeitsbewegung unter Einfluß der Reibung für den Fall weiter untersuchen, daß sie durchaus parallel zur xy-Ebene vor sich geht und daß für die Bewegung

in einer jeden dieser Parallelebenen ein Geschwindigkeitspotential φ vorhanden ist. φ soll also eine Funktion von x, y, z, t und

$$u = \frac{\delta \varphi}{\delta x}, \quad v = \frac{\delta \varphi}{\delta y}$$

sein, während $w = o$ und nicht $w = \frac{\delta \varphi}{\delta z}$ ist. Die Gleichungen (12) nehmen für inkompressible Flüssigkeiten die Gestalt an*)

$$(113) \quad \begin{cases} \frac{\delta^2 \varphi}{\delta x \delta t} + \frac{\delta \varphi}{\delta x}\frac{\delta^2 \varphi}{\delta x^2} + \frac{\delta \varphi}{\delta y}\frac{\delta^2 \varphi}{\delta x \delta y} = X - \frac{1}{\varepsilon}\frac{\delta p}{\delta x} + \frac{k}{\varepsilon}\frac{\delta^3 \varphi}{\delta x \delta z^2}, \\ \frac{\delta^2 \varphi}{\delta y \delta t} + \frac{\delta \varphi}{\delta x}\frac{\delta^2 \varphi}{\delta x \delta y} + \frac{\delta \varphi}{\delta y}\frac{\delta^2 \varphi}{\delta y^2} = Y - \frac{1}{\varepsilon}\frac{\delta p}{\delta y} + \frac{k}{\varepsilon}\frac{\delta^3 \varphi}{\delta y \delta z^2}, \\ O = Z - \frac{1}{\varepsilon}\frac{\delta p}{\delta z}. \end{cases}$$

Wenn X und Y als Differentialquotienten derselben Funktion U nach x und y dargestellt werden können, ohne daß $Z = \frac{\delta U}{\delta z}$ zu sein braucht, so liefert die Integration der beiden ersten Gleichungen (113)

$$(114) \quad \frac{\delta \varphi}{\delta t} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\delta \varphi}{\delta x}\right)^2 + \left(\frac{\delta \varphi}{\delta y}\right)^2\right] = U - \frac{p}{\varepsilon} + \frac{k}{\varepsilon}\frac{\delta^2 \varphi}{\delta z^2} + \text{Const.},$$

worin Const. noch von z und t abhängen kann. Soll die Bewegung möglich sein, so muß der aus (114) folgende Wert für p bei geeigneter Bestimmung von Const. zugleich die dritte Gleichung (113) befriedigen.

Nun stellen wir die Frage: Ist die vereinigte Quellen- und Wirbelbewegung

$$(115) \quad \varphi = \omega \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + \omega_1 \log \varrho,$$

worin wir uns jetzt ω und ω_1 als Funktionen von z und t denken, bei gleichzeitiger Wirksamkeit von Reibung und Erdrotation möglich? Da hier

$$(116) \quad X = \varkappa v = \varkappa \frac{\omega x + \omega_1 y}{\varrho^2} \quad Y = -\varkappa u = \varkappa \frac{\omega y - \omega_1 x}{\varrho^2}$$

zu setzen ist, so können wir

$$(117) \quad U = \varkappa \omega \log \varrho - \varkappa \omega_1 \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$$

nehmen; aus (114) wird

$$(118) \quad \frac{\delta \omega}{\delta t} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + \frac{\delta \omega_1}{\delta t} \log \varrho + \frac{1}{2}\frac{\omega^2 + \omega_1^2}{\varrho^2} = \varkappa \omega \log \varrho$$
$$- \varkappa \omega_1 \operatorname{arctg} \frac{y}{x} - \frac{p}{\varepsilon} + \frac{k}{\varepsilon} \cdot \frac{\delta^2 \omega}{\delta z^2} \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$$
$$+ \frac{k}{\varepsilon}\frac{\delta^2 \omega_1}{\delta z^2} \log \varrho + \text{Const.}$$

---

*) Die Gleichung der Inkompressibilität, die hier $\frac{\delta u}{\delta x} + \frac{\delta v}{\delta y} = o$ lautet, ist bei der Ableitung zu beachten.

Um die reelle, unendliche Vieldeutigkeit von p zu beseitigen, muß

$$(119)\quad \frac{\delta\omega}{\delta t} + \varkappa\omega_1 - \frac{k}{\varepsilon}\frac{\delta^2\omega}{\delta z^2} = 0$$

gesetzt werden, worauf wir

$$(120)\quad p = C - \frac{\varepsilon}{2}\frac{\omega^2 + \omega_1^2}{\varrho^2} + \left(-\varepsilon\frac{\delta\omega_1}{dt} + \varepsilon\varkappa\omega + k\frac{\delta^2\omega_1}{\delta z^2}\right)\log\varrho$$

erhalten. Die dritte Gleichung (113), in der $Z = -g$ zu nehmen ist, giebt integriert

$$(121)\quad p = -\varepsilon g z + f(x, y, t);$$

soll diese Gleichung mit (120) zusammen bestehen, so muß

$$(122)\quad \begin{cases} C = C_1 - \varepsilon g z, \\ \omega^2 + \omega_1^2 = f_1(t), \\ -\frac{\delta\omega_1}{\delta t} + \varkappa\omega + \frac{k}{\varepsilon}\frac{\delta^2\omega_1}{\delta z^2} = f_2(t) \end{cases}$$

sein.

Von hier ab wollen wir die Rechnung nur für eine stationäre Bewegung durchführen. Wegen (119) und (122) müssen ω und ω_1 den 3 Gleichungen

$$(123)\quad \begin{cases} \omega^2 + \omega_1^2 = c^2, \\ \varkappa\omega + \frac{k}{\varepsilon}\frac{d^2\omega_1}{dz^2} = c_1 \\ \varkappa\omega_1 - \frac{k}{\varepsilon}\frac{d^2\omega}{dz^2} = 0 \end{cases}$$

genügen; c und c_1 sind hierin absolute Konstanten. Nach der ersten dieser Gleichungen können wir

$$(124)\quad \omega = c\cos\psi,\quad \omega_1 = c\sin\psi$$

setzen, worin ψ als Funktion von z zu denken ist. Die beiden letzten Gleichungen (123) nehmen jetzt die Gestalt an

$$(125)\quad \begin{cases} \varkappa\cos\psi - \frac{k}{\varepsilon}\sin\psi\left(\frac{d\psi}{dz}\right)^2 + \frac{k}{\varepsilon}\cos\psi\frac{d^2\psi}{dz^2} = \frac{c_1}{c}, \\ \varkappa\sin\psi + \frac{k}{\varepsilon}\cos\psi\left(\frac{d\psi}{dz}\right)^2 + \frac{k}{\varepsilon}\sin\psi\frac{d^2\psi}{dz^2} = 0. \end{cases}$$

Eliminieren wir hieraus einmal $\frac{d^2\psi}{dz^2}$, dann $\left(\frac{d\psi}{dz}\right)^2$, so finden wir

$$(126)\quad \begin{cases} \frac{k}{\varepsilon}\left(\frac{d\psi}{dz}\right)^2 = -\frac{c_1}{c}\sin\psi, \\ \varkappa + \frac{k}{\varepsilon}\frac{d^2\psi}{dz^2} = \frac{c_1}{c}\cos\psi. \end{cases}$$

Aus der ersten dieser Gleichungen folgt durch Differentiation

$$\frac{2k}{\varepsilon}\cdot\frac{d\psi}{dz}\frac{d^2\psi}{dz^2} = -\frac{c_1}{c}\cos\psi\frac{d\psi}{dz},$$

d. h.

$$\text{entweder}\ \frac{d\psi}{dz} = 0,\ \text{oder}\ \frac{d^2\psi}{dz^2} = -\frac{c_1\varepsilon}{2ck}\cos\psi.$$

Die erste Annahme liefert

$$\psi = 0,$$

d. h.

$$(127) \quad \omega = c, \quad \omega_1 = 0,$$

während die zweite zu einem Widerspruch mit (126) führt. Die Gleichungen (127) stellen also die einzige mögliche Lösung dar.

Dieses Resultat stimmt mit dem ohne Rücksicht auf die Reibung abgeleiteten überein; es scheint mit dem von Guldberg und Mohn gefundenen, daß vereinigte Wirbel- und Quellenbewegung bei einem bestimmten Richtungswinkel der Bewegung, d. h. bei einem bestimmten Verhältnis von ω und ω_1 möglich ist, in auffallendem Widerspruch zu stehen. Die beiden genannten Gelehrten gehen von der Annahme aus, daß die Reibung der Bewegungsrichtung entgegengesetzt wirke und der Geschwindigkeit proportional sei. Dies mag mit einer gewissen Näherung für die Reibung der Flüssigkeit am Boden gelten, aber nicht innerhalb der Flüssigkeit selbst, wo die Reibung von den Geschwindigkeitsänderungen, nicht von der Geschwindigkeit abhängt. Das Guldberg-Mohn'sche Gesetz, das übrigens auch leicht nach unserer Rechnungsweise abzuleiten ist, wird daher höchstens für die dem Boden unmittelbar benachbarten Teile der Atmosphäre gelten. Ein stetiger Übergang von dieser Bodenbewegung zu der gleichmäßigen Wirbelbewegung in den entfernteren Teilen der Atmosphäre läßt sich mit den hydrodynamischen Gleichungen unter den oben gemachten Voraussetzungen nicht vereinigen. Wahrscheinlich erklärt sich der Gesamtvorgang nur durch eine nicht rein horizontale Bewegung, bei der wohl auch Diskontinuitäten auftreten.

Die Gesetze der Luftbewegung.

Nach unserem Plane sollen die mathematisch abgeleiteten Resultate verwertet werden, um uns ein richtiges Bild von der unregelmäßigen Bewegung der Atmosphäre zu geben. Mancher wird vielleicht daran zweifeln, daß unsere einfachen Betrachtungen hierzu ausreichen, umsomehr, da wir vertikale Luftströmungen gar nicht behandelt haben. Aber ich glaube, daß sich die auf- und absteigenden Luftströme, soweit sie für uns in Betracht kommen, recht leicht ohne Rechnung erklären lassen. Jedenfalls dürften die gegebenen Rechnungen, die von neuen Gesichtspunkten ausgehen, trotz aller notwendig vorhandenen Berührungspunkte mit früheren Untersuchungen auf die Theorie der Wirbelbewegungen ein neues Licht werfen.*)

Die moderne Meteorologie geht von der Zusammenstellung der Barometerstände für eine möglichst große Zahl von Orten aus, sucht hieraus die Stellen zu erkennen, in denen der Luftdruck ein Maximum oder Minimum erreicht und zieht aus dieser Konstellation ihre Schlüsse auf die wahrscheinlich resultierende Luftbewegung. Da die horizontale Luftströmung nicht von der Schwere beeinflußt wird, so kommen für sie außer der Reibung nur die Druckdifferenzen in den horizontalen Richtungen sowie der Einfluß der Erdrotation als wirkende Kräfte zur Geltung. Die Druckdifferenzen ergeben sich aber aus den beobachteten Barometerständen; die Gesamt-

*) Als Kompendium der (schon etwas älteren) Untersuchungen auf diesem Gebiet ist Sprung, Lehrbuch der Meteorologie, 1885 anzusehen; leider fehlt eine neuere Auflage dieses wertvollen Werks. Hierzu kommt der betreffende Abschnitt in Günther's Geophysik. Ich kann es daher unterlassen, die zahlreichen älteren Autoren hier namhaft zu machen. Von neueren Schriftstellern kommen außer den sonst zitierten in Betracht: Ferrel, W. v. Siemens, Möller, Faye, Fournier, Lasne u. v. A.

wirkung des Drucks auf die Bewegung ist der Richtung und Größe nach durch den sogenannten Gradienten bestimmt, der die Änderung des Luftdrucks für Punkte von festem Abstand angiebt, gemessen in der Normalen zu den Isobaren. Allein die Barometerstände für sämtliche Punkte der Erdoberfläche bestimmen die Luftbewegung noch nicht, auch wenn nur horizontale Strömungen in Betracht kommen, vielmehr müssen die in einem bestimmten Augenblick vorhandenen Geschwindigkeiten nebst ihren Richtungen bekannt sein. In dieser Hinsicht sind wohl manche Irrtümer verbreitet, wenn auch nicht gerade bei den Gelehrten, die den Gegenstand mathematisch zu behandeln verstehen. Sowie Wasser auf unebenem Boden von einem höheren Punkte nach tieferen fließt, so soll die Luft von Orten höheren Drucks nach solchen niederen Drucks strömen. Wie ferner die Geschwindigkeit des Wassers von dem Gefälle abhängt, so soll auch die Windgeschwindigkeit mit dem Gradienten wachsen. Wenn nun thatsächlich die Windrichtung nicht mit dem Gradienten zusammenfällt, so wird hierfür die Erdrotation verantwortlich gemacht. Aber das Wasser bewegt sich doch nicht immer in der beschriebenen Weise; auch auf horizontalem Boden strömt Wasser bei genügender Anfangsgeschwindigkeit weiter, und im Springbrunnen steigt der Wasserstrahl sogar gegen die Richtung der Schwerkraft an. Ebenso kann sich die Luft, wie es bei der reinen stationären Wirbelbewegung zutrifft, in der Richtung der Isobaren bewegen, und, wie bei der positiven Quellenbewegung, sogar gegen den Gradienten, wenn nur eine geeignete Anfangsgeschwindigkeit vorhanden ist. Andrerseits ist der Vergleich mit dem Fließen des Wassers auf unebenem Boden nicht völlig zutreffend. Für das Wasser sind die Bodenverhältnisse fest gegeben, das Fließen hängt von ihnen ab, aber die Bodenbeschaffenheit wird durch letzteres (wenigstens in kürzerer Zeit) nicht merklich geändert. Anders ist das Verhältnis von Luftdruck und Luftbewegung. Wie uns Gleichung (18) lehrte, haben bewegte Flüssigkeiten andere Druckgesetze als ruhende. Der Druck beeinflußt nicht allein die Bewegung, sondern ebensosehr die Bewegung den Druck. Guldberg und Mohn gehen in ihren grundlegenden Rechnungen von gegebenen Isobaren aus; sie konstruieren eine Flüssigkeitsbewegung, die zu diesen paßt. Der von uns eingeschlagene Weg ist der umgekehrte; wir berechnen die Druckverhältnisse für eine bestimmte Bewegung.

Die oft angestellten, für den Laien sehr einleuchtenden, elementaren Betrachtungen, die wir soeben erwähnten, haben also immer nur sehr eingeschränkten Wert und treffen oft gar nicht zu. Wenn durch thermische Differenzen Unterschiede im Druck eingetreten sind, ohne daß lebhaftere Bewegungen bestehen, so werden sich, wenn nicht genau, doch mit einer gewissen Näherung die erwarteten Vorgänge vollziehen; befindet sich aber die Atmosphäre in heftiger und namentlich ungleicher Bewegung, so ist der Verlauf ein anderer. Nehmen wir ein ganz einfaches Beispiel. In einem oben offenen Gefäße befinde sich eine Flüssigkeit, in die wir von oben einen cylindrischen Körper eingetaucht haben; vollständige Ruhe sei eingetreten. Ziehen wir den Körper heraus, so wird die Flüssigkeit von allen Seiten auf den entstandenen Hohlraum zustürzen. Doch ist der Verlauf keineswegs der, daß sich der Hohlraum rasch ausfüllt und die Flüssigkeit zur Ruhe gelangt; vielmehr tritt eine komplizierte Wellenbewegung ein, die nur durch die Reibung nach und nach beruhigt wird. Hat sich im Gegensatz hierzu durch eine Wirbelbewegung, wie oben beschrieben, in der Flüssigkeit eine trichterförmige Einsenkung gebildet, so ist keine Rede davon, daß Teile der bewegten Flüssigkeit auf sie zuströmen; vielmehr erhält sich die Vertiefung, bis sie durch die Reibung gleichfalls zerstört wird. Allerdings findet infolge der Druckverminderung ein Aufsaugen von Flüssigkeitsteilen statt, die nicht in die Wirbelbewegung hineingerissen sind, wie denn z. B. die atmosphärische Luft in den Wirbeltrichter eindringt.

Auch die meteorologischen Beobachtungen zeigen häufig, daß der Wind nach Richtung und Stärke nicht den Verlauf einschlägt, den man nach der Isobarenkarte erwartet. Das Gesamtresultat lautet vorläufig: Wenn sich irgendwo in der Atmosphäre ein Minimum oder Maximum des Druckes gebildet hat, so läßt sich daraus keineswegs immer auf ein konsekutives Zuströmen, resp. Abströmen schließen, dessen Richtung nur durch die Erdrotation modifiziert wird; vielmehr ist auch die bereits vorhandene Geschwindigkeit von wesentlicher Bedeutung.

Es dürfte am Platze sein, hier einige Zahlenwerte für die Einwirkung der Bewegungsgeschwindigkeit auf den Druck der Atmosphäre zu geben. Denken wir uns die Erdoberfläche als Niveaufläche und wenden wir das Mariotte'sche Gesetz an, so haben wir bei stationärer Bewegung und ohne Berücksichtigung der Erdrotation sowie anderer Ursachen der Druckänderung für einen Punkt der Erdoberfläche selbst nach (24)

$$a^2 \log p = C - \frac{1}{2} V^2$$

oder, wenn wir mit p_0 den Druck an einer nicht bewegten Stelle der Atmosphäre bezeichnen,

$$(128) \quad a^2 \log \frac{p}{p_0} = -\frac{1}{2} V^2.$$

Setzen wir

$$(129) \quad p = p_0 + \Delta p,$$

so können wir den (natürlichen) Logarithmus entwickeln (für $\pm \Delta p < p_0$):

$$\log \frac{p}{p_0} = \log \left(1 + \frac{\Delta p}{p_0}\right) = \frac{\Delta p}{p_0} - \frac{\Delta p^2}{2 p_0^2} + \frac{\Delta p^3}{3 p_0^3} - \ldots$$

und, wenn Δp klein gegen p_0 ist, ohne bedeutenden Fehler

$$(130) \quad \log \frac{p}{p_0} = \frac{\Delta p}{p_0}$$

setzen. (128) geht dann über in

$$(131) \quad \Delta p = -\frac{p_0 V^2}{2 a^2}.$$

Für atmosphärische Luft bei 0° Celsius ist

$$(132) \quad a = 280 \text{ m in der Sekunde.}$$

Die Drucke können wir hier durch die Barometerhöhen in Millimetern ersetzen. Nehmen wir in diesem Sinne $p_0 = 760$ mm, so folgt

$$(133) \quad \Delta p = -\frac{760 V^2}{2 \cdot 280^2} \text{ mm} = -0{,}00485 V^2 \text{ mm}.$$

Mäßige Bewegungen üben daher auf den Barometerstand einen sehr geringfügigen Einfluß aus. Selbst bei einer Geschwindigkeit von 10 m in der Sekunde beträgt die Barometerdifferenz erst — 0,48 mm; bei 40 m in der Sekunde, was bei Wirbelstürmen vorkommt, immerhin schon — 7,76 mm. Dies sind nun Sturmgeschwindigkeiten, die an der Erdoberfläche, wo die Reibung sich stark bemerklich macht, beobachtet worden sind; in der Höhe sind sie unzweifelhaft bedeutender. Schon bei 100 m in der Sekunde steigt aber die Barometerdifferenz auf — 48,5 mm, so daß die erfahrungsmäßig auftretenden Barometerdepressionen sehr wohl durch Geschwindigkeitsunterschiede hervorgerufen werden können. Zu beachten ist noch, dass die Erdrotation bei normal drehenden Wirbeln die Barometerdifferenz verstärkt; doch können wir auf

die Durchrechnung verzichten, da bei intensiveren Wirbeln hierdurch das Resultat nur mäßig beeinflußt wird.*)

Kann ein Minimum, das durch stärkere Erwärmung einer Fläche entstanden ist, eine Wirbelbewegung hervorrufen, wie dies die Reye'sche Theorie verlangt? Dies muß wohl zugegeben werden. Ganz abgesehen von den früheren Untersuchungen, die sich mit diesem Gegenstand beschäftigen, zeigen dies unsere Rechnungen. Die Luft, die nach dem Minimum zuströmt, das nicht dynamischen Einflüssen seine Entstehung verdankt, führt ursprünglich, soweit sie überhaupt horizontal strömt, eine Art negativer Quellenbewegung aus. Dieselbe muß infolge der Erdrotation mehr und mehr in eine Wirbelbewegung übergehen, die dem Buys-Ballot'schen Gesetze folgt. Wenn gleichzeitig die radiale Strömung nicht versiegt, so liegt dies an der Bodenreibung. Entsprechende Beobachtungen im Kleinen bestätigen die Theorie. Wenn Wasser aus einem Gefäße durch eine Bodenöffnung ausströmt, so wird stets die Bewegung mit der Zeit eine wirbelnde werden, und zwar entspricht die Richtung des Wirbels nach Perrot**) u. A. dem Buys-Ballot'schen Gesetz, falls in der Anordnung vollständige Symmetrie vorhanden ist. Am Eingange seines grundlegenden Werks schildert Reye ausführlich die Erscheinungen während eines Rohrbrandes, bei dem sich über den Flammen Wirbeltrichter von mannigfacher Gestalt bildeten. Auch hier strömte von ringsumher die Luft nach den Stellen zu, denen sie durch den aufsteigenden Luftstrom entzogen wurde, und die Wirbelbildung war die Folge. Aehnliche Vorgänge in größerem Stil werden bei vulkanischen Eruptionen beobachtet. Die aufsteigende Rauchsäule wird in eine wirbelnde Bewegung fortgerissen, die in derselben Weise zu erklären ist. Übrigens kommt hier außer der horizontalen auch eine recht intensive vertikale Bewegung in Betracht. In den beiden letzteren Fällen ist eine sehr energische Erhitzung die Endursache der Bewegung; genügt aber auch die viel schwächere Erhitzung durch Insolation, um die gleichen Vorgänge hervorzurufen? Verdankt die gewaltige Energieentwicklung***), die wir so oft in den Wirbelstürmen wahrnehmen, wirklich der Insolation von Bodenflächen, die in manchen Fällen räumlich sehr eng begrenzt sein müßten, ihre Entstehung? Selbst die von Reye in den Vordergrund gestellte Thatsache, daß durch Kondensation von Wasserdampf im aufsteigenden Luftstrom Energie gewonnen wird, dürfte keine ausreichende Erklärung bieten. Diese Schwierigkeit kommt in Wegfall, wenn die Wirbelstürme durch die allgemeine Luftzirkulation hervorgerufen werden; denn die Zufuhr von Sonnenenergie, die sich auf einen ausgedehnteren Teil der Erdoberfläche erstreckt, genügt sehr wohl, um an einzelnen Stellen außerordentlich lebhafte Bewegung zu begründen. Man muß immer in Betracht ziehen, daß ein Auflockerungsgebiet, das einen richtigen Wirbel erzeugen soll, weder allzu ausgebreitet sein, noch sich einseitig nach einer Richtung erstrecken darf. Die tägliche Erhitzung und Abkühlung eines Küstengebietes bringt den See- und Landwind hervor, aber ein Wirbel entsteht auf diese Art nicht. Ähnliches gilt

*) Man vergleiche hiermit die Berechnung von Hann in der Abhandlung: Ueber die Beziehungen zwischen den Luftdruckdifferenzen und der Windgeschwindigkeit nach den Theorien von Ferrel und Colding; Zeitschrift der österr. Gesellsch. für Meteorologie, B. 10, 1875, p. 81 und 97 ff. — Experimentelle Untersuchungen über die Luftverdünnung durch Wirbel sind mehrfach angestellt worden, wie von Ch. Weyher und Colladon (Meteor. Zeitschr. B. 4, 1887, p. [74] und [75]), in anderer Weise von Vettin (ebendas. B. 1, 1884, p. 227 und 271 ff., auch Sprung, Lehrb. d. Meteorol., p. 244 ff.).

**) Günther, Geophysik, B. I, p. 225. — Compt. rend., Bd. 40, p. 637.

***) Ueber die in der Luftbewegung entwickelte Energie handeln verschiedene Publikationen von W. v. Siemens, z. B. „Ueber die Erhaltung der Kraft im Luftmeere der Erde“, Wiedem. Ann., B. 264 (28), 1886, p. 263 ff.

von der Kalmenzone; die allgemeine Luftzirkulation geht von ihr aus, aber die verwüstenden Wirbelstürme stellen sich erst in etwas höheren Breiten ein. Auch sollte nie außer Acht gelassen werden, daß die Insolation an einem Orte nur für einen Teil des Tages intensiv ist, daß sich aber Wirbel oft mehrere Tage hindurch erhalten, zwar nicht an derselben Stelle, aber doch auf einem Gebiet, das nur einen relativ beschränkten Teil der Erdoberfläche umfaßt. Im allgemeinen gelangen wir zu der Ansicht: Auflockerungsgebiete, die geeignet sind, eine Wirbelbewegung einzuleiten, finden sich höchstens ausnahmsweise.

Fast immer pflegen sich Minima und Wirbelzentren fortzubewegen. Dies erscheint schwer erklärlich, wenn sie einer lokalen Luftauflockerung ihr Dasein verdanken. Die Wirbel über dem von Reye beschriebenen Rohrbrand oder über einen thätigen Vulkan lösen sich doch nicht von der Stelle ihrer Entstehung los, um dann selbständig weiterzuschreiten. Man könnte daran denken, daß die scheinbare tägliche Fortbewegung der Sonne die Gebiete starker Erwärmung täglich einen Umlauf ausführen läßt. In diesem Falle müßten die Minima von Osten nach Westen fortschreiten, während doch umgekehrt die Minima in unseren Breiten vorwiegend von Westen nach Osten wandern. Gerade in diesem Punkte dürfte schwerlich eine Übereinstimmung der kritisierten Theorie mit der Wirklichkeit zu erzielen sein. Erklärungsversuche sind mehrfach gemacht worden. Reye schließt sich der Guldberg-Mohn'schen Theorie an, nach der sich die Cyklonen immer nach der Seite hin bewegen müssen, an der längere Zeit hindurch die wärmste und feuchteste Luft in ihnen emporsteigt und an der demnach auch die dichtesten Wolken sich bilden und am meisten Regen niederstürzt. Nach der Kritik von Sprung*) erklärt aber diese physikalische Hypothese keineswegs alle vorkommenden Thatsachen.

Die größte Wichtigkeit für die Entscheidung unserer Frage besitzen die ebenso wohl belegten wie scharfsinnigen Folgerungen, die Hann an die Beobachtungen auf dem Sonnblickgipfel anknüpft.**) In den vier Jahren vom Oktober 1886 bis incl. September 1890 waren 37 Minima zu konstatieren, die in der Nähe des Sonnblick verweilten oder geradezu über den Ostalpen selbst sich eingestellt hatten; 20 derselben fielen auf das Winterhalbjahr, 17 auf das Sommerhalbjahr. In den Monaten Juni, Juli und September fand sich während dieser vier Jahre kein Minimum in jenen Gegenden ein, im August ein einziges. Diese Thatsache schließt schon die Möglichkeit aus, daß die starke sommerliche Erhitzung bei der Erzeugung der Minima beteiligt war. Ausschlaggebend ist aber die eingehend begründete Wahrnehmung, daß in den Minimis eine Temperaturerniedrigung gegen den Durchschnitt eintritt, bei den Maximis eine Temperaturerhöhung. Ersteres ist undenkbar, wenn die Bildung des Maximums eine Folge starker Erwärmung und daraus folgender Auflockerung ist; denn der erzeugte aufsteigende Luftstrom muß trotz der Abkühlung durch eben dieses Aufsteigen doch in der Höhe mit mehr als durchschnittlicher Wärme ankommen. Steigt dagegen im Minimum die Luft infolge der cyklonalen Bewegung an, wie dies unten weiter ausgeführt werden soll, ohne daß sie vorher mehr als durchschnittlich erwärmt war, so erklärt sich die Temperaturerniedrigung ganz einfach nach den Gesetzen der mechanischen Wärmetheorie.

Ich gehe nun dazu über, meine eigenen Anschauungen über die Bildung der Minima und Maxima sowie der Wirbelstürme vorzuführen. Es werden nur, wie schon oben hervorgehoben,

*) Sprung, Lehrbuch der Meteorologie, p. 254 ff.

**) Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Klasse der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften zu Wien; B. 100 (1891), p. 367 ff.: Studien über die Luftdruck- und Temperaturverhältnisse auf dem Sonnblickgipfel, nebst Bemerkungen über deren Bedeutung für die Theorie der Cyklonen und Anticyklonen von J. Hann.

die unregelmäßigeren Bewegungserscheinungen, die für die mittleren und auch höheren Breiten charakteristisch sind, ihre Erörterung finden, nicht die regelmäßigen, wie die Passate und die Monsune, deren übliche Erklärungsweise sehr wahrscheinlich die richtige ist. Damit soll auch an dem Prinzip, daß die Luftbewegung im Grunde der verschiedenen Insolation verschiedener Gebiete ihre Entstehung verdankt, nicht gerüttelt werden. Daß jedoch die einzelnen Minima und Maxima immer durch stärkere Erhitzung, resp. stärkere Abkühlung erzeugt werden sollen, halte ich, wie so viele Gelehrte, entschieden für unrichtig. Wir brauchen uns nicht auf eine ins Einzelne gehende Erklärung der Luftströmungen einzulassen; die mitwirkenden Faktoren sind so mannigfaltig und so unregelmäßig verteilt, daß die resultierende Bewegung sich der Berechnung entzieht. Aber etwas Anderes ist sehr wohl möglich: den Charakter der Bewegung an einzelnen singulären Stellen zu studieren, in denen Unstetigkeiten auftreten. Wir sahen schon früher, daß sich diese Unstetigkeiten im Wesentlichen auf Wirbelbewegungen reduzieren; diese sind Bestandteile der gewöhnlichen Luftbewegung, während die übrigen Unstetigkeiten als Seltenheiten bezeichnet werden können.

Bekannte hydrodynamische Untersuchungen zeigen, daß in einem einfach zusammenhängenden Raume*) eine rotationsfreie Bewegung einer inkompressibeln Flüssigkeit ohne Zu- und Abfluß überhaupt nicht möglich ist. Dabei ist jedoch nach unserer neuen Auffassung ergänzend zuzufügen: wenn nicht Stetigkeitsunterbrechungen statthaben. Früher pflegte man eben in den Wirbeln einen rotierenden Wirbelfaden anzunehmen, was thatsächlich nicht zutrifft. Für kompressible Flüssigkeiten gilt der Satz freilich nicht mehr, wie die Möglichkeit von wellenartigen Schwingungen darthut. Aber wenn wir diese Bewegungsart ausschließen, so zeigt schon die Anschauung, daß eine strömende, nicht oszillierende Bewegung ohne Stetigkeitsunterbrechung im einfach zusammenhängenden Raume nicht möglich ist. Man mache sich anschaulich klar: wie kann sich eine Flüssigkeit in einem cylindrischen Gefäß parallel zur Grundfläche bewegen? Von komplizierteren Bewegungen abgesehen, die nur noch mehr Unstetigkeiten verursachen, wird ein Strömen um die Cylinderachse statthaben. Soll dieses Strömen rotationsfrei vor sich gehen, so entsteht notwendigerweise, die Achse umkreisend, der uns wohlbekannte elementare Wirbel. Die unsere Erde als Hohlkugel umgebende Atmosphäre füllt einen einfach zusammenhängenden Raum. Ein Strömen der Luft ist daher gar nicht denkbar, ohne daß Wirbel (und zwar hier an mindestens zwei Stellen) sich bilden. Auf die Frage: „wie entstehen Luftwirbel?“ können wir also die einfache Antwort geben: „weil ein Strömen der Luft ohne Wirbel nicht möglich ist“. Bei fließendem Wasser erscheinen die zahlreich auftretenden Wirbel gar nicht so auffallend; wohl niemand wird daran zweifeln, daß sie eben in der Bewegung des Wassers und in der geometrischen Gestaltung des Untergrundes wie der begrenzenden Wände ihre Erklärung finden. Eine besondere Theorie zu ihrer Erklärung, die etwa Temperaturänderungen oder gar elektrische Erscheinungen heranzieht, erscheint überflüssig. Und warum sollen dieselben Gesetze bei der Atmosphäre nicht ausreichen, wenn es uns nur gelingt die begleitenden Erscheinungen genügend zu erklären? Ursachen zu komplizierteren Bewegungen sind ja reichlich vorhanden, und die Theorie zeigt uns als conditio sine qua non dieser Bewegungen die Notwendigkeit von Unstetigkeiten, insbesondere von Wirbeln.

---

*) Ein Raum heißt bekanntlich einfach zusammenhängend, wenn er durch jeden Querschnitt, d. h. durch irgend eine Fläche, die rings von der Umgrenzung des Raumes begrenzt ist oder ins Unendliche reicht, zerstückelt wird. Liegen zwei Punkte innerhalb eines einfach zusammenhängenden Raumes, so kann jede gleichfalls ganz innerhalb gelegene Verbindungslinie in jede andere solche allmählich übergeführt werden.

Ähnliche Betrachtungen sind ja schon häufig in mehr elementarer Form ausgeführt worden. Wirbel sollen hiernach durch die Wechselwirkung entgegengesetzter Luftströme hervorgerufen werden; die Luftdruckverminderung soll die den Teilchen innewohnende Centrifugalkraft zur Ursache haben. In diesen Ansichten liegt viel Wahres; da sie aber den Vorgang nicht in mathematisch unanfechtbarer Weise oder doch nicht in der modernen mathematischen Form behandeln, sind sie weniger überzeugend. Die hier vorhandene Lücke wird, wie ich denke, durch die Unstetigkeitstheorie ausgefüllt.

Zunächst zeigen die Formeln (42) und (43) — die Rotation der Erde lassen wir für den Augenblick unbeachtet — daß die Flüssigkeit lediglich infolge der Stetigkeit und Rotationslosigkeit ihrer Bewegung nach dem Zentrum des Wirbels hin eine immer größere Geschwindigkeit annimmt. Dabei tritt nach den Formeln (18), resp. (44), (46), (47), gleichgiltig, welche Annahme wir über die Ausdehnungsverhältnisse der Flüssigkeit machen, gegen das Wirbelzentrum hin eine Druckverminderung ein. Bei der inkompressibeln Flüssigkeit wäre der Druck im Zentrum $-\infty$, wenn nicht überhaupt der Wirbel im Innern durch eine freie Oberfläche begrenzt würde. Eine freie Oberfläche müßte sich auch bei Gasen, die inbezug auf die Wärmeverteilung dem adiabatischen Gesetze folgen, einstellen, während bei Gasen mit gleichbleibender Temperatur der Druck erst im Zentrum den Wert Null erreicht. Daß letzteres nicht in Wirklichkeit eintritt, daß im Innern eines Luftwirbels zwar eine deutliche Barometerdepression vorhanden ist, der Druck aber nicht entfernt auf den Nullpunkt sinkt, hat eine sehr einfache Ursache. Die in allen Untersuchungen der Hydrodynamik vorausgesetzte Stetigkeit innerhalb der Flüssigkeit ist an sich keine durchweg notwendige; Wasser- und Luftströme können sich auch diskontinuierlich*) aneinander vorbeibewegen. Ein solches Auseinanderreißen der Flüssigkeit dürfte, unter sonst gleichen Verhältnissen immer dann eintreten, wenn die Geschwindigkeitsdifferenz benachbarter Teilchen eine gewisse Größe überschreitet. Nun folgt aus Gleichung (43)

$$(134) \quad \frac{dV}{d\varrho} = \mp \frac{\omega}{\varrho^2},$$

welche zeigt, daß die Geschwindigkeitsdifferenz in noch höherem Grade als die Geschwindigkeit selbst gegen die Achse hin wächst. Aus (134) und (43) folgt weiter

$$(135) \quad \frac{dV}{d\varrho} = \mp \frac{V^2}{\omega} \text{ oder } V^2 = \mp \omega \frac{dV}{d\varrho};$$

es geht hieraus hervor, daß die an der Zerreißungsstelle vorhandene Geschwindigkeit nicht bei allen Wirbeln übereinstimmt, sondern vielmehr desto größer wird, je größer die Intensität des Wirbels ist. Die zerstörenden Eigenschaften werden daher bei dem intensiveren Wirbel, der also eine bestimmte Geschwindigkeit in größerer Entfernung von der Achse erreicht, stärker hervortreten, als bei dem weniger intensiven, was mit den Thatsachen nur teilweise zusammenstimmt. Andrerseits beginnt in dem intensiveren Wirbel das Zerreißen schon in größerer Entfernung von der Achse. Infolge dieses Zerreißens ist im Innern jedes Wirbels ein Luftcylinder vorhanden, der an der Wirbelbewegung nicht mehr Anteil nimmt, sondern sich in relativer Ruhe befindet und nur unregelmäßige Luftstöße zeigt. Übrigens kann nicht behauptet werden, daß das Zerreißen immer für den gleichen Wert der Geschwindigkeitsänderung eintritt; vielmehr mögen Temperatur und Wasserdampfgehalt, vor Allem aber die Verhältnisse der Umgebung und namentlich benachbarter Luftschichten einen wesentlichen Einfluß ausüben.

---

*) Vgl. v. Helmholtz, Über atmosphärische Bewegung, Sitzungsber. d. K. Preuß. Akad. d. Wissensch. z. Berlin, 1888, I; p. 647 ff.

Nicht alle Schichten der Atmosphäre werden gleichmäßig in den Wirbel gezogen. Wenn die oberen Schichten, was so häufig der Fall, eine andere Bewegungsrichtung haben wie die unteren, wenn also zwischen beiden eine Diskontinuitätsfläche vorhanden ist, so pflanzt sich der Wirbel nicht in diese oberen Regionen fort. Andrerseits ist die unterste Luftschicht, auf die die Bodenreibung einwirkt, nicht imstande der Bewegung zu folgen. Wir betrachten daher drei Schichten: erstens die untere dem Boden anliegende, die sich aber auch in beträchtliche Höhe erstrecken kann, zweitens die mittlere, die der eigentliche Träger des Wirbels ist, drittens die oberste, die sich zunächst unabhängig von der mittleren bewegt. Dabei sind sehr mannigfaltige Verhältnisse möglich; oft wird die oberste Schicht ganz in Wegfall kommen, so daß der Wirbel in den höheren Luftgebieten seinen Ursprung hat. Mitunter wird die unterste Schicht von geringer Ausdehnung sein, mitunter sich kilometerweit in die Höhe erstrecken. In der mittleren Schicht wird sich eine nahezu reine Wirbelbewegung entwickeln, da hier von einem Einfluß der Reibung kaum die Rede ist und sich eine vereinigte Quellen- und Wirbelbewegung bei Mitwirkung der Erdrotation ohne Reibung gar nicht erhalten kann. In dieser mittleren Schicht hat sich der zentrale ruhende Luftcylinder ausgebildet, in dem der verringerte Luftdruck der umgebenden wirbelnden Luftteile herrscht. Dieser verminderte Druck wirkt saugend auf die obere und untere Schicht; es kann also ein Einströmen der Luft von oben wie von unten stattfinden. Auch die von oben zuströmende Luft kann hierbei noch eine Verdünnung erfahren, da sie sich in einen luftverdünnten Raum ergießt; es ist daher nicht ausgeschlossen, daß sie, falls sie mit Wasserdampf nahezu gesättigt ist, Wolken ausscheidet. Doch wird wohl in den meisten Fällen die Wolkenbildung auf Rechnung der von unten nachdringenden Luft zu setzen sein.*) Die unterste Schicht macht nämlich ursprünglich die Wirbelbewegung gar nicht oder nur unvollkommen mit. Hier entsteht also infolge der aspirierenden Wirkung des Wirbels, von der vertikalen Komponente abgesehen, zunächst eine mehr oder weniger reine Quellenbewegung, die nach und nach in die Wirbelbewegung übergeleitet wird. Das Gesetz von Guldberg und Mohn über den festen Winkel zwischen Strömungsrichtung und Gradient gelangt in der Nähe des Bodens zur Geltung. Dauert der Vorgang an, so muß die aufgesaugte Luft in irgend einer Weise wieder abgeleitet werden. Wahrscheinlich wird die relativ ruhige Luft des Innern allmählich in den Wirbel mit fortgerissen, wodurch sie ein Auseinanderdrängen des letzteren veranlaßt; es findet dann eine Art Ausströmen schon im mittleren Teile statt.

Hier sind wir zu der Stelle gelangt, an der wir über einen wesentlichen Punkt eine genügende Erklärung abgeben müssen. Bekanntlich drehen weitaus die meisten eigentlichen Wirbelstürme auf der nördlichen Erdhalbkugel dem Richtungssinn des Uhrzeigers entgegen, auf der südlichen Halbkugel mit demselben.**) Daß bei einem Wirbel, den die Luftauflockerung des Innenraums erzeugt, dieses Buys-Ballot'sche Gesetz zur Geltung gelangt, wird durch die Theorie bestätigt. Gilt dies aber auch bei Wirbeln, die lediglich der allgemeinen Luftbewegung ihr Dasein verdanken? An sich müßte man annehmen, daß die Bildung von Wirbeln, die mit dem Uhrzeiger und gegen den Uhrzeiger drehen, gleich wahrscheinlich ist. Auch vertragen sich beide

*) Ich möchte auf das vielumstrittene Thema der eventuellen Abwärtsbewegung der Luft im Wirbelzentrum nicht genauer eingehen; es mag dahin gestellt bleiben, ob das „Auge des Sturms", die im Wirbelzentrum öfters beobachtete wolkenfreie Stelle, auf diese Abwärtsbewegung zurückzuführen ist. — Die oft besprochenen Änderungen der Luftdruckverhältnisse mit der Höhe brauchen hier ebenfalls nicht weiter erörtert zu werden.

**) Ausnahmen kommen wohl nur bei den kleineren Wirbeln sowie bei den weniger heftigen Bewegungen vor.

Arten von Wirbeln mit der mathematischen Theorie, und von Anticyklonen ist oft die Rede. Aber wo wirklich stürmische Bewegung vorhanden ist, da herrscht ein Minimum, und die Drehungsrichtung heftigerer Wirbelstürme ist wohl fast immer die normale. Ich glaube, daß sich auch dieser Punkt zur Befriedigung aufklärt. Wie wir schon sahen, ist die untere Luftschicht nicht voll in die Wirbelbewegung hineingezogen. Infolge des Ansaugens des Wirbels herrscht hier anfänglich eine negative Quellenbewegung mit vertikaler Komponente, die teils durch die Einwirkung des oberen Wirbels, teils durch die Rotation der Erde in eine spiralige Bewegung umgewandelt wird. Der letztere Einfluß sucht immer eine Wirbelbewegung im Sinne des Buys-Ballot'schen Gesetzes zu veranlassen. Dreht auch der ursprüngliche Wirbel in diesem Sinne, so unterstützen sich beide Bewegungen; hat ersterer aber die entgegengesetzte Richtung, so entsteht ein Widerstreit der Bewegungen, der eine allmählige Vernichtung des Wirbels zur Folge haben kann. Ob es eintritt, daß der untere sekundäre Wirbel und der obere längere Zeit hindurch entgegengesetzten Drehungssinn beibehalten, mag dahingestellt bleiben. Aber auch in diesem Falle würde die Bewegung die normale Drehung darzubieten scheinen, da diese dem unteren Wirbel, der allein zur Beobachtung gelangt, zukommt.

Bei der anticyklonalen Bewegung müßte sich infolge der Erdrotation um das innere Minimum herum eine ringförmige Zone maximalen Druckes ausbilden. Ähnliches wurde von Ferrel aus anderen Gründen behauptet. Davis schlägt vor, diese ringförmigen Gebiete hohen Drucks als Pericyklonen zu bezeichnen.*) Daß vor dem Eintritt in einen Wirbel ein Steigen des Barometers, dann ein Fallen und dann wieder beim Verlassen ein Steigen stattfindet, scheint mitunter beobachtet worden zu sein; doch vermag ich nicht anzugeben, ob dies bei anticyklonaler Bewegung der Fall war. Finden nur wenige Barometerbeobachtungen statt, von denen keine in den inneren Raum niederen Drucks fällt, so kann man sehr wohl an das Vorhandensein eines Maximums glauben. Wird doch auch bei Wetterkarten auf das Vorhandensein eines Maximums geschlossen, wenn ein Raum von einer Isobare höheren Drucks umzogen wird. Auch ist es denkbar, daß das innere, an dem Wirbel nicht teilnehmende Gebiet sich so weit ausdehnt, daß es bis an den Ring höchsten Drucks wenigstens näherungsweise heranreicht; dann würde überhaupt nur ein Maximum zur Beobachtung gelangen. Die Vorgänge in den Anticyklonen sind bis in die neueste Zeit allzusehr vernachlässigt worden, und es kann sich wohl auf diesem Gebiete noch manches interessante und überraschende Resultat ergeben. Ich verweise bezüglich dieses Gegenstandes auf die Abhandlung von W. J. van Bebber: Das Wetter in den barometrischen Maxima, Archiv der deutschen Seewarte, 1891—92, No. 4.

Sehr verschieden sind die Ausdehnungen, welche Luftwirbel besitzen. Nach unseren Untersuchungen ist eine scharfe Abgrenzung des Wirbels nach außen hin nicht vorhanden; wenn dennoch oft der Durchmesser von Wirbelstürmen angegeben wird, so kann das nur in dem Sinne aufgefaßt werden, daß außerhalb gewisser Grenzen infolge der sich verringernden Geschwindigkeit die verheerenden Wirkungen verschwinden. Die verschiedene Ausdehnung ist auf die verschiedene Intensität ω zurückzuführen. Die kleinsten Wirbel sind die gewöhnlichen Luftwirbel, die so häufig den Staub in die Höhe führen. Dieselben haben einen lokalen Charakter; durch die äußere Luftströmung werden mehr abgeschlossene Luftgebiete, wie auf einem rings von Häusern begrenzten Platze u. s. w. in Bewegung gesetzt, und nach den allgemeinen Gesetzen müssen sich hier Wirbel bilden.

*) Nach Meteorologische Zeitschrift B. III, 1886, p. 559.

Unmittelbar schließen sich die Wettersäulen, auch Wasserhosen und Windhosen oder Tromben genannt, an. Schon in geringer Entfernung ist die Geschwindigkeit so klein, daß Windstille zu herrschen scheint. Auch hier dürften abgeschlossene Gebiete, in die die Luftströmung höherer Regionen eindringt, die Entstehung begünstigen. Streicht die Wettersäule über festen Boden, so wirbelt sie Staub auf, gerät sie über eine Wasserfläche, so hebt sie durch die Luftverdünnung Wasser in die Höhe. Zugleich treten oben in trichterförmigem Raume Wolken auf, die sich oft mit dem Wasser zu vereinigen scheinen, mitunter auch durch einen unsichtbaren mittleren Teil des Wirbels voneinander getrennt sind. Es mag dahin gestellt bleiben, ob die Wolkenbildung in einem aufsteigenden oder absteigenden Luftstrom eintritt; beides ist nach Obigem denkbar. Jedenfalls muß sich in den Tromben die wirbelnde Bewegung verhältnismäßig weit ins Innere fortpflanzen, da sonst ein merkliches Heben des Wassers nicht erklärlich wäre. Wie hoch freilich die zusammenhängende Wassersäule reicht, wie weit nur Wasserstaub aufgewirbelt wird oder wie weit die Wolke abwärts entgegenkommt, das wird der durch die seltene Erscheinung überraschte, unvorbereitete, meist für exakte Beobachtungen nicht geschulte Zuschauer oft nicht sicher beurteilen können. Ein sehr hohes Ansteigen der Wassersäule wird durch die einfachsten physikalischen Gesetze ausgeschlossen. Die zerstörende Wirkung der Tromben ist bei ihren geringen Dimensionen nicht belangreich.

Von größerer Ausdehnung sind die sogenannten Tornados, wie sie besonders Nordamerika heimsuchen. Die Breite der Bahn, innerhalb deren oft furchtbare Verwüstungen angerichtet werden, beträgt einige hundert bis einige tausend Meter, nach Reye durchschnittlich 680 m. Die oft ganz unglaublichen Wirkungen, die die Gewalt des Sturmes in kürzester Zeit ausführt, zeigen, daß sich die Wirbelbewegung sehr weit nach der Achse hin fortsetzt. Streicht ein Tornado über Wasser, so hebt er dasselbe. Die durchschnittliche Geschwindigkeit des Fortschreitens beträgt etwa 16 m in der Sekunde. Oft werden mehrere Tornados ebenso wie auch Wettersäulen in geringer Entfernung von einander wahrgenommen. Daß die Tornados bei unebenem Terrain oft einzelne Strecken überspringen, deutet darauf hin, daß der Sitz der Wirbelbewegung in höheren Schichten liegt, und daß die unterste Luftschicht nur mit fortgerissen wird. Daß von allen Seiten ein Zuströmen der Luft nach dem Zentrum hin stattfindet, ist hiernach nicht zu verwundern.

Weit größere Dimensionen zeigen die ausgedehnten Wirbelstürme, welche besonders auf den tropischen Meeren gefürchtet sind und die wir unter dem Namen Cyklonen zusammenfassen wollen, die aber oft mit lokalen Namen bezeichnet werden. So haben wir in der chinesischen See die Taifune, in Westindien und den benachbarten Teilen Nordamerikas die Hurricane u. s. w. Der Durchmesser des Sturmes kann leicht 2000 km erreichen. Obgleich der innere (wenigstens verhältnismäßig) ruhende Cylinder hunderte von Kilometern im Durchmesser haben kann, ist doch die Windgeschwindigkeit und damit die verheerende Wirkung sehr groß, was ja auch den mathematischen Entwicklungen entspricht. Hieran schließen sich die Stürme an, die in unseren Breiten mitunter gewaltige Zerstörungen mit sich bringen.

Eine Erscheinung, über die ich vorläufig kein abschließendes Urteil fällen kann, ist das Fortschreiten der Luftwirbel. Jedenfalls verträgt sich dasselbe mit den allgemeinen Bewegungsgesetzen, und es ist wohl möglich, daß eine im allgemeinen fortschreitende Strömung auch Wirbel mit sich führt. Die Bahnen der Minima mögen oft durch die speziellen geographischen Verhältnisse vorgezeichnet werden. Dagegen muß ich es dahin gestellt sein lassen, ob die Rotation der Erde auf die Richtung und Geschwindigkeit des Fortschreitens von Einfluß ist.

Die Analyse ebener Bewegungen bietet hierfür keinen Anhalt; aber es wäre denkbar, daß sich durch Untersuchung von Strömungen in konzentrischen Kugelflächen entscheidende Resultate ergeben.

Wir gehen zur Frage über: wie entstehen die Maxima? Eine einheitliche Antwort kann hierauf nicht erteilt werden; die Maxima sind eben keine einheitliche Erscheinung. Zunächst kann die verschiedene Erwärmung ebensowohl Maxima wie Minima hervorrufen, und diese Entstehungsursache wurde wohl bisher als die hauptsächlichste angesehen. Aber ich glaube, daß die Maxima noch öfters auf rein mechanische Ursachen zurückzuführen sind. So wie sich Berg und Thal gegenseitig bedingen, so müssen auch neben Gebieten niederen Drucks solche höheren Drucks vorhanden sein. Freilich ist damit nicht gesagt, daß sich diese Gebiete höheren Drucks um einen Maximalpunkt gruppieren, sie können ebensowohl auf einer Linie ihr Maximum erreichen; doch sind sicher auch punktförmige Maxima häufig vorhanden, wenn mehrere Minima auftreten. So sahen wir z. B. oben, daß in der Mitte zweier gleicher und gleichgerichteter Wirbel ein Maximum liegt. Zu beachten ist unser Rechnungsresultat, daß jeder fortschreitende Wirbel ein sekundäres Maximum mit sich führt, das auf der rechten oder linken Seite der Wirbelbahn liegt, je nachdem der Wirbel gegen den Uhrzeiger oder mit diesem dreht. Ja wir lernten sogar bei Berücksichtigung der Erdrotation noch ein sekundäres Minimum kennen, das mit dem Maximum und dem primären Minimum fortschreitet. Für den Fall, daß wir hier die Erdrotation außer Acht lassen, ist der quantitative Betrag des Maximums leicht zu veranschlagen. Aus (58) und (63) finden wir bei Voraussetzung des Mariotte'schen Gesetzes, bei Entwicklung des Logarithmus nach (130) und bei Zugrundelegung eines Barometerstandes von $p_0 = 760$ mm in unendlicher Entfernung

$$(136)\quad \Delta p = \frac{760 \,.\, c^2}{2 \,.\, 280^2} \text{ mm} = 0{,}00485 \, c^2 \text{ mm}.$$

Für $c = 10$ m in der Sekunde, was schon eine beträchtliche Geschwindigkeit des Fortschreitens darstellt, ergiebt sich hiernach nur $\Delta p = 0{,}485$ mm, so daß es fraglich ist, ob dieses begleitende Maximum überhaupt zur Wahrnehmung gelangt. Indessen gehört ein Maximum auf der rechten Seite der Cyklonalbahn zu den erfahrungsmäßigen Erscheinungen. Unter den Ergebnissen der Studien von Cl. Ley*) finden wir den Satz: „Eine Depression wandert auf der Nordhalbkugel am leichtesten in einer Richtung fort, bei welcher sie den höheren Druck auf der rechten Seite hat“, was durchaus zu unserem Ergebnisse stimmt. — Hierzu tritt dann noch die Möglichkeit eines ringförmigen Maximums, die wir oben erörtert haben.

Es bleibt uns noch übrig, auf einige mehr nebensächliche Erscheinungen kurz einzugehen. Die Achsen fortschreitender Wirbel pflegen nicht senkrecht zu stehen, sondern vorn übergeneigt zu sein; diese Erscheinung dürfte, wie es auch geschieht, mit Recht auf den Einfluß der Reibung zurückzuführen sein, die den Fuß des Wirbels hindert der freieren Bewegung des oberen Teiles vollständig zu folgen. Eine verschiedene Intensität des fortschreitenden Wirbels an verschiedenen Stellen ergiebt die Theorie nicht. Gewöhnlich liefert die Beobachtung das Resultat, daß die Isobaren bei Wirbeln nicht kreisförmig verlaufen, sondern deutlich in die Länge gezogen sind, so daß sie ein elliptisches Aussehen erhalten**). Für einen einzelnen, auch fortschreitenden Wirbel liefert uns hierfür die Theorie keinen Anhalt. Bei zwei Wirbeln fanden wir allerdings, daß die Isobaren die kreisförmige Gestalt verlieren. Fehlt uns so auch eine allgemeine Erklärung

*) S. Günther, Geophysik, B. II, p. 216.

**) S. hierüber Meteor. Zeitschr. 1886, p. 290 ff.: Die Untersuchungen von Elias Loomis über die Form und die Bewegung der Cyklonen, besprochen von Dr. J. van Bepper.

der Erscheinung, so dürfen wir doch nicht außer Acht lassen, daß wir die Krümmung der Erde bei unseren Rechnungen nicht in Betracht zogen, daß wir fortschreitende Wirbel nur für eine inkompressible Flüssigkeit untersucht haben, und daß auch kompliziertere Druckverhältnisse vorhanden sein können, die die Erscheinung modifizieren.*) Wir brauchen hieraus also keinen Einwand gegen die Theorie abzuleiten.

Zu den Ley'schen Sätzen gehört auch der folgende: Gebirgische Gegenden üben eine anziehende, Küsten eine zurückhaltende Wirkung auf die Minima aus. Gerade dieser Satz erklärt sich aus unserer Theorie sehr leicht. Die Wirbelbewegung verliert den Charakter der Unstetigkeit, wenn an Stelle ihres Wirbelzentrums ein fester Körper tritt. Auch bieten solche in die Flüssigkeit eingetauchte Körper Veranlassung zu ihrem Umfließen in geschlossenen Linien, also zur Entstehung von Wirbeln ohne Zentrum. So kann auch ein isolierter Berg oder ein nicht zu sehr ausgedehntes Gebirge die Luft bestimmen, sie zu umströmen. In den höheren Regionen müssen dann ein Wirbel und damit ein Minimum hervortreten, die sich über dem Gebirge halten. Auf der andern Seite wird eine Küstenlinie ähnlich wirken, wie die Wandung eines umschließenden Gefäßes auf das Fließen des Wassers. Es entsteht ebenfalls ein Wirbel, dessen Zentrum sich aber von der Wandung möglichst entfernt hält.

Wir stellen die Hauptresultate unserer Untersuchungen in folgenden Thesen zusammen:

1. Die Endursache der atmosphärischen Bewegungen ist die ungleiche Erwärmung verschiedener Teile der Erdoberfläche durch die Sonne; die regelmäßigeren Bewegungen erklären sich aus dieser Ursache unter Zuhilfenahme der Erdrotation.
2. Die einzelnen Minima und Maxima sind im allgemeinen nicht auf lokale Luftauflockerungen infolge der Erwärmung, resp. Luftverdichtungen infolge der Abkühlung zurückzuführen, namentlich dann nicht, wenn diese Minima und Maxima fortschreiten. Die Wirbelstürme sind nicht das Produkt der Minima und Maxima.
3. Die meisten Wirbelbewegungen der Luft sind als notwendige Unstetigkeiten in der zumeist stetigen Luftbewegung aufzufassen; sie erzeugen bei cyklonaler Bewegung, die durch den Luftzustrom begünstigt wird, Minima, bei anticyklonaler in gewisser Hinsicht auch Maxima.
4. Fortschreitende Wirbelbewegungen können auch sekundäre Maxima und Minima nach sich ziehen.

*) Namentlich kann die ungleiche Verteilung der Temperatur verwickelte Verhältnisse herbeiführen.

Schulnachrichten.

I. Allgemeine Lehrverfassung der Schule.

1. Übersicht über die einzelnen Lehrgegenstände und die für jeden derselben bestimmte Stundenzahl.

Unterrichtsgegenstände.	Realschule. Klassen.												Summa	Vorschule. Klassen.			Summa
	VIa.	VIb.	Va.	Vb.	IVa.	IVb.	IIIa.	IIIb.	IIa.	IIb.	Ia.	Ib.		3.	2.	1.	
Religion	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	26	2	2	2	6
Deutsch und Geschichtserzählungen	4 / 1 } 5	4 / 1 } 5	3 / 1 } 4	3 / 1 } 4	4	4	3	3	3	3	3	3	44	11	11	13	35
Französisch	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	5	5	70	—	—	—	—
Englisch	—	—	—	—	—	—	5	5	4	4	4	4	26	—	—	—	—
Geschichte u. Erdkunde	2	2	2	2	2 / 2	2 / 2	2 / 2	2 / 2	2 / 2	2 / 2	2 / 1	2 / 1	38	—	—	—	—
Rechnen u. Mathematik	5	5	5	5	6	6	6	6	5	5	5	5	64	5	5	5	15
Naturbeschreibung	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	24	—	—	—	—
Physik	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	2	2	8	—	—	—	—
Chemie und Mineralogie	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	4	—	—	—	—
Schreiben	2	2	2	2	2	2	—	—	—	—	—	—	12	s. Deutsch.			—
Freihandzeichnen	—	—	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	20	—	—	—	—
	25	25	25	25	28	28	30	30	30	30	30	30	336	18	18	20	56
Singen	2	2	2	2	2								10	—	1	1	2
Turnen	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	36	—	2	2	4
Linearzeichnen	—	—	—	—	—	—	—	—	2				2	—	—	—	—

2. Übersicht der Verteilung des Unterrichts unter die Lehrer.

Namen der Lehrer.	Klassenl. in	Realschule. VIa.	VIb.	Va.	Vb.	IVa.	IVb.	IIIa.	IIIb.	IIa.	IIb.	Ia.	Ib.	Summa.	Vorschule. 3.	2.	1.
Dr. Scholderer, Direktor.	—									6 Franz.	6 Franz.			12			
Dr. Reichenbach, Professor.	—				2 Naturb.					2 Naturb. 2 Physik.	2 Naturb. 2 Physik.	2 Naturb 2 Physik. 2 Chemie	2 Naturb. 2 Physik. 2 Chemie	22			
Dr. Gran, Professor.	IIIb.			2 Erdk.	2 Erdk.	2 Erdk.	2 Erdk.		11 Franz. u. Engl.		4 Engl.			23			
Dr. Rausenberger, Oberlehrer.	—									5 Math.	5 Math.	1 Erdk. 5 Math.	1 Erdk. 5 Math.	22			
O. Morin, Oberlehrer.	Ib.							4 Gesch. u. Erdk.		4 Gesch. u. Erdk.	4 Gesch. u. Erdk.	3 Dtsch. 2 Gesch.	3 Dtsch. 2 Gesch.	22			
Dr. Schauf, Oberlehrer.	IIIa.	2 Naturb.	2 Naturb.	2 Naturb.			6 Math. 2 Naturb.	6 Math. 2 Naturb.						22			
Dr. Winneberger, Oberlehrer.	Ia.					2 Gesch.						5 Franz. 4 Engl.	5 Franz. 4 Engl.	22			
						2 Chor. (IVa.–Ib.)											
Müller, Oberlehrer.	Va.			10 Dtsch. u. Franz.			2 Gesch.	11 Franz. u. Engl.						23			
Sittig, Oberlehrer.	IVa.					6 Math. 2 Naturb.			6 Math. 2 Naturb. 3 Turnen	2 Linearzeichn. (IIa.–IIb.)		2 Linearzeichn. (Ia.–Ib.)		23			
Dr. Euler, Oberlehrer.	Vb.				10 Dtsch. u. Franz. 3 Turnen	10 Dtsch. u. Franz.								23			
Dr. Kuhl, Oberlehrer.	VIa. und IIa.	11 Dtsch. u. Franz.							4 Gesch. u. Erdk.	7 Dtsch u. Engl.				22			
Dr. Collischonn, Oberlehrer.	IVb.		11 Dtsch. u. Franz.				10 Dtsch. u. Franz. 3 Turnen							24			
Weiss, Oberlehrer.	IIb.							2 Relig. 3 Dtsch.	2 Relig. 3 Dtsch.	2 Relig.	2 Relig. 3 Dtsch. 3 Turnen	2 Relig.	2 Relig.	24			
Th. Morin, Oberlehrer.	VIb.	2 Erdk. 5 Rechn.	2 Erdk. 5 Rechn.	5 Rechn.	5 Rechn.									24			
Hein, ord. Lehrer.	—			2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn. 3 Turnen	2 Zeichn. 3 Turnen	26			
Fertig, ord. Lehrer.	—		3 Turnen	3 Turnen		2 Schreib. 3 Turnen	2 Schreib.							18	5 Rechn.	5 Rechn.	5 Rechn.
Pietzsch, ord. Lehrer.	Vkl. 2.	3 Relig.	3 Relig. 2 Schreib.	2 Relig.	2 Relig.	2 Relig.	2 Relig.							16		2 Relig. 11 Dtsch.	
Jasper, ord. Lehrer.	Vkl. 1.	3 Turnen		2 Schreib.	2 Schreib.			3 Turnen		3 Turnen				18			2 Relig. 13 Dtsch.
Rodenbusch, ord. Lehrer.	Vkl. 3.	2 Schreib. 2 Singen.	2 Singen.	2 Singen.	2 Singen.									10	2 Relig. 11 Dtsch.	3 Singen u. Turn.	3 Singen u. Turn.
Kaplan Weinbach wiss. Hilfslehrer.	—							2 Kathol. Religion. (IIIa.–Ib.)						2			
Mollath, Hilfslehrer.	—	1 Kathol. Relig. (VIa.–VIb.); 2 Kathol. Religion. (VIa.–IVb.)												3	2 Kathol. Relig. (3.–1.)		

3. Übersicht über die während des Schuljahres 1894/95 absolvierten Pensen.

Prima. Klassenlehrer von I[a]: O.-L. Dr. Winneberger; von I[b]: O.-L. Morin.

Evangelische Religion. 2 St. O.-L. Weiß. Das Leben Jesu vorwiegend nach dem Matthäus-Evangelium. Ergänzung des früher Gelesenen. Wiederholung des aus dem Katechismus und dem Gesangbuch Gelernten.

Katholische Religion (kombiniert mit II und III). 2 St. Kaplan Weinbach. Lehrbuch für den katholischen Religionsunterricht von Dr. Arthur König. III. Kursus. Die besondere Glaubenslehre. Gott als Schöpfer und Lenker der Welt. Gott als Erlöser der Welt. Die Person und das Leben des Erlösers. Gott als Heiliger der Welt. Einige Charakterbilder aus der Kirchengeschichte.

Deutsch. 3 St. O.-L. Morin. Kurze Übersicht über die Geschichte der deutschen Litteratur der zweiten Blüteperiode im Anschluß an die Lektüre aus Paldamus, Lesebuch VI. — Lektüre von Goethes Hermann und Dorothea, Schillers Tell und Lessings Minna von Barnhelm. — Disponier-, Deklamations- und Redeübungen. — 10 Aufsätze mit vorangestellter Disposition.

Themata der Aufsätze: 1. Welche Hindernisse hatte der große Kurfürst bei der Bildung des brandenburgisch-preußischen Staates zu beseitigen? — 2. Wodurch hat Goethe im ersten Gesange von Hermann und Dorothea das Auftreten Hermanns vorbereitet? — 3. Siegfrieds Schwert. — 4. Ein Ferientag (Klassenarbeit). — 5. Wovon hängt das Klima eines Ortes ab? — 6. Ufer, Küste, Strand, Gestade, Reede. — 7. Welchen Gang nehmen die Verhandlungen der Schweizer auf dem Rütli? — 8. Was erzählt Goethe in Wahrheit und Dichtung über den Schlachttag von Bergen? (Klassenarbeit.) — 9. Gedankengang von Goethes Hermann und Dorothea (in Form einer ausgeführten Disposition). — 10. Welche Schilderung entwirft Goethe in Hermann und Dorothea von dem Besitztum des Löwenwirts? (Prüfungsarbeit).

Französisch. 5 St. O.-L. Dr. Winneberger. a) Grammatik: Subjekt und Prädikat, Tempus, Modus, Attribut. Wiederholung und Ergänzung des früheren Lernstoffs. Wöch. ein Schol. oder Dom. b) Lektüre: Michaud, Histoire des Croisades, I; Molière, Le Bourgeois Gentilhomme. — Passendes aus beiden Schriftstellern wurde als Sprechstoff verwertet.

Englisch. 4 St. O.-L. Dr. Winneberger. a) Grammatik: Wiederholung der wicht. Kapitel in Beispielen und Regeln; zusammenhängende Stücke aus Gesenius, Elementarbuch. Wöchentl. ein Schol. oder Dom. b) Lektüre: Lüdecking II. (passende Stücke wurden langsamer gelesen und als Sprechstoff verwertet); Marryat, The Settlers in Canada.

Geschichte. 2 St. O.-L. Morin. Neueste Geschichte von 1740 bis zur Gegenwart. Wiederholung der deutschen und bes. der brandenburgisch-preußischen Geschichte.

Erdkunde. 1 St. O.-L. Dr. Rausenberger. Die Länder Europas, bes. Deutschland, in physischer und politischer Hinsicht. Verkehrs- und Handelswege.

Mathematik. 5 St. Derselbe. a) Geometrie: Stereometrie und Trigonometrie; zahlreiche Berechnungen. Anwendungen auf mathematische Geographie. Repetitionen. b) Arithmetik: Quadratische Gleichungen mit einer Unbekannten. Die Logarithmen. Exponentialgleichungen. Arithmetische und geometrische Reihen. Zinseszins- und Rentenrechnung. Repetitionen im Rechnen.

Aufgaben bei der Reifeprüfung:

1. $\sqrt{\frac{x+7}{x-2}} = \frac{x+3}{x-1}$.
2. Bei einem Dreieck ist $F = 41{,}686$ qcm, $a = 15{,}922$ cm, $\gamma = 52^\circ\ 12'$; b, c, α und β sind zu berechnen.
3. Einer Kugel mit dem Radius $r = 0{,}68475$ m ist ein gerader Kegel einbeschrieben, dessen Höhe $h = \frac{9}{5}r$ beträgt; wie groß sind der Radius ϱ, der Inhalt I und die Gesamtoberfläche O dieses Kegels?

Physik. 2 St. Prof. Dr. Reichenbach. Die Lehre vom Schall. Die Lehre vom Licht. Magnetismus und Elektrizität. Wiederholung des Gesamtgebiets. Lösung leichter Aufgaben.

Chemie. 2 St. Derselbe. Die Grundzüge der anorganischen Chemie nach induktiver Methode (Arendt). Metalle. Metalloïde. Sulfide. Haloïde. Grundzüge der atomistischen Theorie. Hydrate. Salze. Wasserstoffverbindungen. Leuchtgas, Heizung etc. Übung in der Lösung stöchiometrischer Aufgaben. Elemente der Krystallographie.

Naturbeschreibung. 2 St. Derselbe. Die wichtigsten einfacheren Kapitel aus der Anatomie und Physiologie der Pflanzen. Das Wichtigste aus der Anatomie und Physiologie des Menschen mit Berücksichtigung der Hauptforderungen der Gesundheitslehre.

Zeichnen. 2 St. Hein. Zeichnen nach Gipsmodellen, Geräten, ausgestopften Tieren und Vögeln, auch Malen in Aquarellfarben.

Secunda. Klassenlehrer von II^a: O.-L. Dr. Kuhl; von II^b: O.-L. Weifs.

Evangelische Religion. 2 St. O.-L. Weiß. Das Reich Gottes im Neuen Testament. Lesen entsprechender biblischer Abschnitte. Besprochen wurden insbesondere die Bergpredigt und die Gleichnisse. Das früher aus Katechismus und Gesangbuch Gelernte wurde wiederholt.

Katholische Religion. S. I^a.

Deutsch. 3 St. II^a: O.-L. Dr. Kuhl; II^b: O.-L. Weiß. 1. Lektüre: Prosaische und vorwiegend poetische Abschnitte aus Paldamus, Lesebuch V. Ausgewählte Abschnitte aus Homers Odyssee. Deklamationsübungen. — 2. 10 Aufsätze mit vorangestellter Disposition.

Themata der Aufsätze: In II^a: 1. Der Taunus. — 2. Wodurch werden in Schillers Gedicht „Die Kraniche des Ibykus" die Mörder des Sängers entdeckt? — 3. Ein Klassenausflug (in Briefform). — 4. und 5. Wie warb Hettel um Hilde? — 6. Der große Brand in London (Übersetzung aus dem Englischen). — 7. Der Glockenguß (Klassenarbeit). — 8. Odysseus' Fahrt nach dem Phäakenlande. — 9. Die Auffindung der heiligen Lanze (Übersetzung aus dem Französischen: Michaud, Hist. des Crois. I, Seite 113 f.). — 10. Odysseus und Polyphemos (Klassenarbeit). — In II^b: 1. Warum mißlang den

Römern die Unterwerfung der Germanen? — 2. Der Nutzen des Pferdes. — 3. Welche Erlebnisse sind für Parzivals innere Entwicklung von besonderer Bedeutung gewesen? — 4. Ein Besuch bei den Denga-Negern im Zoologischen Garten. (In Briefform; Klassenarbeit.) — 5. Der Vertrag von Tauroggen. — 6. Alfreds des Großen Sieg über die Dänen unter Guthrum. (Uebersetzung aus dem Englischen.) — 7. Der Gang der Handlung in den fünf ersten Büchern der Odyssee. — 8. Welches Bild entwirft Schiller in der Glocke von der Familie und dem Familienleben? (Klassenarbeit.) — 9. Winters Leid und Freud. (In Briefform.) — 10. Übersetzung aus dem Französischen.

Französisch. 6 St. Der Direktor. a) Grammatik: Syntax, bes. Tempus und Modus. Wiederholungen. Wöchentl. ein Schol. oder Dom. b) Lektüre: Michaud, Histoire de la première croisade; dazu in II^a: Molière, le Bourgeois Gentilhomme; in II^b: Molière, l'Avare.

Englisch. 4 St. II^a: O.-L. Dr. Kuhl; II^b: Professor Dr. Gran. Gesenius, Kapitel XII—XXII. Wöchentl. ein Schol. oder Dom. Lektüre: Lüdecking I. Einige Gedichte memoriert. Sprechübungen.

Geschichte. 2 St. O.-L. Morin. Wiederholung der Geschichte des Mittelalters. Deutsche Geschichte (unter Berücksichtigung des Wichtigsten aus der französischen und englischen) bis 1740. Berücksichtigung der geogr. Verhältnisse, bes. der politischen Geographie.

Erdkunde. 2 St. O.-L. Morin. Wiederholung des Pensums der vorigen Klasse. Eingehende Betrachtung der außereuropäischen Erdteile. Kartenzeichnen.

Mathematik. 5 St. O.-L. Dr. Rausenberger (Jung). a) Planimetrie: Anwendungen des pythagoreischen Lehrsatzes. Proportionalität von Strecken und Ähnlichkeit der Figuren. Proportionen bei Geraden am Kreis. Berechnung der Seiten regulärer Polygone. Rektifikation und Quadratur des Kreises. Konstruktionen und Berechnungen. Wiederholung der gesamten Planimetrie. b) Arithmetik: Schwierigere Gleichungen 1. Grades mit einer und solche mit mehreren Unbekannten; Textgleichungen. Lehre von den Potenzen und Wurzeln. Ausziehen der Quadrat- und Kubikwurzel. Imaginäre Größen. — Wiederholung und Ergänzung des Pensums des Rechnens von III. Abgekürzte Zinsrechnung, Gesellschafts- und Mischungsrechnung. Münzrechnung, Wechselrechnung, Effektenrechnung.

Physik. 2 St. Prof. Dr. Reichenbach. Allgemeine und besondere Eigenschaften der Körper. Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte. Schwerkraft und Schwerpunkt. Die einfachen Maschinen. Bewegung der festen Körper. Die einfachsten Gesetze aus der Mechanik der festen, flüssigen und gasförmigen Körper. Die Lehre von der Wärme.

Naturbeschreibung. 2 St. Prof. Dr. Reichenbach. Wiederholung und Erweiterung des Früheren. Grundzüge des natürlichen Systems. Einige schwierige Pflanzenfamilien. Vertreter der wichtigsten Kryptogamen. Zoologie: Naturgeschichte der Insekten, Spinnen, Krebse, Tausendfüßler, Würmer, Stachelhäuter, Polypen, Quallen und Schwämme.

Zeichnen. 2 St. Hein. Zeichnen nach Gipsmodellen.

Tertia. Klassenlehrer von III^a: O.-L. Dr. Schauf; von III^b: Prof. Dr. Gran.

Evangelische Religion. 2 St. III^a: O.-L. Weiß; III^b: Giesselmann. Das Reich Gottes im Alten Testament. Entsprechende biblische Abschnitte wurden gelesen, eingehender wurden die Psalmen behandelt. Wiederholung und Ergänzung des aus Katechismus und Gesangbuch Gelernten.

Katholische Religion. S. I^a.

Deutsch. 3 St. III^a und III^b: O.-L. Weiß. 1. Lektüre: Einige prosaische und poetische Stücke aus Paldamus, Lesebuch V, wurden eingehender besprochen und disponiert, andere mehr kursorisch gelesen. Memorieren von Gedichten. — 2. Grammatik: Zusammenfassende Wiederholung und Erweiterung der Satzlehre. — 3. Aufsätze. Im Anschluß daran Interpunktionslehre.

Französisch. 6 St. III^a: O.-L. Müller. III^b: Prof. Dr. Gran. a) Grammatik: Wiederholung und Ergänzung des Kapitels von den Verben. Gebrauch von avoir und être. Die Verba impersonalia. Syntax: Gebrauch der Zeiten, Indikativ und Konjunktiv, Infinitiv, Partizip, Konkordanz, Rektion der Verben. Wöch. ein Schol. oder Dom. b) Lektüre: Lüdecking II, c. 100 Seiten.

Englisch. 5 St. III^a: O.-L. Müller; III^b: Prof. Dr. Gran. a) Grammatik: Meth. Vorbereitungskurs für die Aussprache. Einführung in die Elemente der Formen- und Satzlehre. Gesenius, Kapitel I—XII. Wöch. ein Schol. oder Dom. b) Lektüre: Lesestücke aus dem Elementarbuch von Gesenius. Sprechübungen.

Geschichte. 2 St. III^a: O.-L. Morin; III^b: O.-L. Dr. Kuhl. Kurze Uebersicht über die römische Kaiserzeit. Deutsche Geschichte bis zum Ausgang des Mittelalters.

Erdkunde. 2 St. III^a: O.-L. Morin; III^b: O.-L. Dr. Kuhl. Politische Geographie von Deutschland. Die außereuropäischen Erdteile. Kartenzeichnen.

Mathematik. 6 St. III^a: O.-L. Dr. Schauf; III^b: O.-L. Sittig. a) Planimetrie: Kreislehre. Flächenvermessung und Flächenverwandlung; der pythagoreische Lehrsatz. Geometrische Örter. Konstruktionen. Berechnungen. b) Arithmetik: Buchstabenrechnung bis zur Faktorenzerlegung. Gleichungen I. Grades mit einer Unbekannten nebst leichteren Textgleichungen. — Prozent- und Zinsrechnung.

Naturbeschreibung. 2 St. III^a: O.-L. Dr. Schauf; III^b: O.-L. Sittig. Im Sommer: Wiederholungen und Erweiterungen des botanischen Lehrstoffs der früheren Klassen mit Rücksicht auf die Erkennung des natürlichen Systems der Phanerogamen. Im Winter: Insekten, Tausendfüßler, Spinnen, Krebse.

Zeichnen. 2 St. Hein. Zeichnungen nach Holzkörpern und Geräten.

Quarta. Klassenlehrer von IV^a: O.-L. Sittig; von IV^b: O.-L. Dr. Collischonn.

Evangelische Religion. 2 St. Pietzsch. Das Allgemeinste von der Einteilung der Bibel und die Reihenfolge der biblischen Bücher. Übungen im Aufschlagen von Sprüchen. — Lesen wichtiger Abschnitte des Alten und Neuen Testamentes. — Aus dem Katechismus: Wiederholung der Aufgaben von V und IV, Einprägung des 3., 4., 5. Hauptstücks. Wiederholung der in VI und V gelernten Kirchenlieder. Neu traten hinzu aus dem Frankfurter Gesangbuch No. 93, 357, 320, 110.

Katholische Religion (mit VI und V combiniert). 2 St. Kl. VI 3 St. Mollath. Von den Geboten der Kirche, von der christlichen Tugend und Vollkommenheit und von den Gnadenmitteln bis zum Sakramente der Buße nach dem großen Diözesan-Katechismus. Beichtunterricht.

Geschichte des Neuen Testaments. Die Verherrlichung Jesu und die Kirche Jesu Christi in den Tagen der Apostel. Altes Testament bis Abraham. Kl. VI außerdem noch Anleitung zur Beiwohnung der hl. Messe und Gebete und Kirchenlieder.

Deutsch. 4 St. IV^a: O.-L. Dr. Euler; IV^b: O.-L. Dr. Collischonn. Der erweiterte Satz; die Bestimmungen der einzelnen Wortarten. Der zusammengesetzte Satz. Das Wichtigste aus der Wortbildungslehre. Abwechselnd Rechtschreibeübungen in der Klasse und schriftliches freieres Nacherzählen des in der Klasse Gehörten alle 4 Wochen. Lesen von Gedichten und Prosastücken aus dem Lesebuch von Paldamus, 4. Teil. Nacherzählen. Auswendiglernen und verständnisvolles Vortragen von Gedichten.

Französisch. 6 St. IV^a: O.-L. Dr. Euler; IV^b: O.-L. Dr. Collischonn: a) Grammatik: Wiederholung der Lehraufgabe der V, namentlich der Pronomina. Die Konjugation der wichtigsten sog. unregelmäßigen Verben nebst den vorzüglichsten Zusammensetzungen und Ableitungen. §§ 54—74 des Lehrbuches von Roßmann & Schmidt. Wöch. ein Schol. oder Dom. b) Lektüre: Die meisten prosaischen und einige poetische Stücke aus Lüdecking I.

Geschichte. 2 St. IV^a: O.-L. Dr. Winneberger; IV^b: O.-L. Müller. Das Wichtigste über die orientalischen Kulturvölker. Zusammenhängende Behandlung der griech. Geschichte bis zum Tod Alexanders des Gr. Röm. Geschichte bis zum Untergang der Republik.

Erdkunde. 2 St. IV^a und IV^b: Prof. Dr. Gran. Die außerdeutschen Länder Europas, namentlich in oro- und hydrographischer Hinsicht. Kartenzeichnen.

Mathematik. 6 St. IV^a: O.-L. Sittig; IV^b: O.-L. Dr. Schauf. a) Planimetrie: Die Lehre von den Geraden, Winkeln, Dreiecken und Parallelogrammen. Fundamentalaufgaben und zahlreiche Konstruktionen. b) Rechnen. Dezimalbrüche. Schlußrechnung: einfache und zusammengesetzte, direkte und indirekte Verhältnisse. Zinsrechnung.

Naturbeschreibung. 2 St. IV^a: O.-L. Sittig; IV^b: O.-L. Dr. Schauf. Im Sommer: Botanik: Die wichtigsten Familien der einheimischen dikotylen Pflanzen. Lebenserscheinungen der Pflanze. Im Winter: Zoologie: Die Vögel, insbesondere die einheimischen. Reptilien, Amphibien und Fische.

Zeichnen. 2 St. Hein. Schwierigere Rosetten, Pflanzenformen, Verzierung zu Bordüren.

Schreiben. 2 St. Fertig.

Quinta. Klassenlehrer von V^a: O.-L. Müller; von V^b: O.-L. Dr. Euler.

Evangelische Religion. 2 St. Pietzsch. 1. Biblische Geschichte: Die wichtigsten biblischen Geschichten des Neuen Testaments nach Köhler wurden gelesen, erklärt und besprochen, von den Schülern nacherzählt und durch Wiederholungen dem Gedächtnis eingeprägt, die Kernstellen und Sprüche im Anschluß daran memoriert. — 2. Aus dem Frankfurter Gesangbuch wurden die in Sexta gelernten Lieder wiederholt; neu kamen hinzu: 159, 315, 28, 70. — 3. Katechismus. Das 1. Hauptstück mit den Erklärungen wurde wiederholt, vom 2. Hauptstück der 1., 2. und 3. Artikel mit den Erklärungen neu gelernt.

Katholische Religion siehe Quarta.

Deutsch. 4 St. V^a: O.-L. Müller; V^b: O.-L. Dr. Euler. 1. Lektüre: Genauere Behandlung einiger Lesestücke aus Paldamus 3. Teil, besonders der Erzählungen aus der alten Sage und Geschichte, sonst kursorische Lektüre. Die in VI memorierten Gedichte wurden wiederholt und 10 neue hinzugelernt, auf deren Vortrag die größte Sorgfalt verwendet wurde. Mündliches Nacherzählen. — 2. Schriftliche Uebungen: In der Orthographie wurden die §§ 3—20 des Regelbuchs genauer durchgenommen mit Berücksichtigung aller Wörter und wöchentlich ein Diktat geschrieben. Vom 2. Semester an wurde allmonatlich ein nach Form und Inhalt wohl vorbereiteter Aufsatz geschrieben. — Grammatik: Befestigung und Ergänzung des Pensums der VI. Vollständige Konjugation des Verbs; Unterscheidung von unvollendeter und vollendeter Handlung. Die verschiedenen Klassen der Pronomina, wobei besonders der Unterschied zwischen subst. und adjekt. Pron. betont wurde. Satzlehre.

Französisch. 8 St. V^a: O.-L. Müller; V^b: O.-L. Dr. Euler. Wiederholung des Pensums der VI. In dem Lehrbuch von Roßmann und Schmidt §§ 31—54.

Erdkunde. 2 St. Prof. Dr. Gran. Deutschland in physischer und politischer Hinsicht. Weitere Einführung in das Verständnis des Globus und der Karten. Entwerfen einfacher Skizzen an der Wandtafel.

Rechnen. 5 St. O.-L. Morin II. Zahlentheoretisches. Gemeine Brüche. Einfache Schlußrechnung. Entwicklung der Zahlensysteme und Grundrechnungsarten. Wiederholung des Pensums der VI. Deutsche Flächen- und Körpermaße. Fremdländische Münzen.

Naturbeschreibung. 2 St. V^a: O.-L. Dr. Schauf; V^b: Dr. Reichenbach. Im Sommer: Botanik: Beschreibung und Vergleichung gut charakterisierter Arten und Gattungen. Im Winter: Zoologie: Säugetiere und Vögel.

Zeichnen. 2 St. Hein. Die gerade Linie, das Quadrat und dessen Füllung durch geradlinige Figuren. Das regelm. Achteck, Dreieck und Sechseck. Der Kreis und Teilung der Kreislinie in 4, 8, 6 und 5 gleiche Teile. Rosetten im Kreise (Blütenformen). Die Figuren wurden teilweise in einfachen Farbentönen angelegt.

Schreiben. 2 St. Jasper.

Sexta. Klassenlehrer von VI^a: O.-L. Dr. Kuhl; von VI^b: O.-L. Morin II.

Evangelische Religion. 3 St. Pietzsch. 1. Biblische Geschichte: Die wichtigsten biblischen Geschichten des Alten Testaments wurden durchgenommen, die Kernstellen memoriert. Vor den Hauptfesten die betreffenden biblischen Geschichten des Neuen Testaments. Das Wichtigste von der Geographie Palästinas. — 2. Lieder: Im Anschluß an das Kirchenjahr wurden aus dem Frankfurter Gesangbuch memoriert: No. 41, 364, 1, 63, 425. — 3. Katechismus: Das erste Hauptstück mit den Erklärungen.

Katholische Religion siehe Quarta.

Deutsch. 5 St. VI^a: O.-L. Dr. Kuhl; VI^b: O.-L. Dr. Collischonn. 1. Lektüre: Lesen von Gedichten und Prosastücken aus Paldamus, 2. Teil (Fabeln, Märchen, Erzählungen aus der vaterländischen Sage und Geschichte). Mündliches Nacherzählen von Vorerzähltem und Gelesenem. Auswendiglernen und verständnisvolles Vortragen von Gedichten. 2. Grammatik: Redeteile und Glieder des einfachen Satzes; Unterscheidung der starken und schwachen Flexion. Rechtschreibübungen in wöchentlichen Diktaten in der Klasse.

Französisch. 8 St. VI^a: O.-L. Dr. Kuhl; VI^b: O.-L. Dr. Collischonn. §§ 1—30 in dem Lehrbuch von Roßmann und Schmidt. Schriftliche Übungen an der Wandtafel und im Heft.

Erdkunde. 2 St. O.-L. Morin II. Erläuterung der erdkundlichen Grundbegriffe an der nächsten örtlichen Umgebung. Anleitung zum Verständnis des Reliefs, des Globus und der Karten. Oro- und hydrographische Verhältnisse der engeren Heimat und der Erdoberfläche im allgemeinen.

Rechnen. 5 St. O-L. Morin II. Wiederholung des Zehnersystems und der vier Grundrechnungsarten mit einfach benannten ganzen Zahlen. Rechnen mit mehrfach benannten ganzen Zahlen aus dem Bereiche der deutschen Maße, Münzen und Gewichte. Zeitrechnung.

Naturbeschreibung. 2 St. O.-L. Dr. Schauf. Besprechung einiger Wirbeltiere und Phanerogamen.

Schreiben. 2 St. VI^a: Rodenbusch; VI^b: Pietzsch.

Vorschulklasse 1. Klassenlehrer: Jasper.

Evangelische Religion. 2 St. Jasper. Wiederholung und Vermehrung der in Vorschulklasse 2 durchgenommenen biblischen Geschichten. Liederstrophen memoriert.

Katholische Religion (mit Vorschulklasse 2 und 3 kombiniert). 2 St. Mollath. Die biblischen Geschichten des Alten Testaments von Moses bis Schluß. Die biblischen Geschichten des Neuen Testaments vom Leben, Leiden und Sterben Jesu. Das zweite und dritte Hauptstück des kleinen Diözesankatechismus. Die gebräuchlichsten Gebete.

Deutsch. 10 St. Jasper. a) Lesen: Paldamus Lesebuch für Vorschulklasse 1. Wort- und Sacherzählung. Erzählen und Memorieren. b) Orthographie: Wöchentliche Diktate. c) Grammatik: Starke und schwache Deklination des Substantivs; Konjugation (Aktiv und Passiv im Indikativ); Adjektiv; Personal- und Possessivpronomen; Subjekt und Prädikat.

Schreiben. 3 St. Jasper. Deutsche und lateinische Schrift.

Rechnen. 5 St. Fertig. a) Kopfrechnen: Die vier Spezies im Zahlenkreise von 1—1000, das grosse Einmaleins. b) Schriftl. Rechnen: Die vier Spezies im unbeschränkten Zahlenkreis.

Vorschulklasse 2. Klassenlehrer: Pietzsch.

Evangelische Religion. 2 St. Pietzsch. Wiederholung und Vermehrung der in Vorschule 3 durchgenommenen biblischen Geschichten.

Katholische Religion siehe Vorschulklasse 1.

Deutsch (incl. Schreiben). 11 St. Pietzsch. a) Lesen: Paldamus Lesebuch, 1. Teil, 1. Abt. Erzählen und Memorieren. b) Grammatik: Laute und Silben. Substantiv, Adjektiv und Verb. Gegenwart, Vergangenheit und Zukunft. c) Orthographie: 34 Diktate. d) Schreiben: Deutsche Schrift. Die kleinen Buchstaben der lateinischen Schrift.

Rechnen. 5 St. Fertig. Der Zahlenkreis von 1—100.

Vorschulklasse 3. Klassenlehrer: Rodenbusch.

Evangelische Religion. 2 St. Rodenbusch. Ausgewählte biblische Geschichten des Alten und Neuen Testaments. Leichte Sprüche und Gebete.

Katholische Religion s. Vorsch. 1.

Deutsch (incl. Schreiben). 11 St. Rodenbusch. Lesen der deutschen und lateinischen Schrift. Übung im Rechtschreiben durch Abschreiben aus der Fibel und kleine Diktate. Substantiv. Singular und Plural. Sprechübungen und Auswendiglernen kleiner Gedichte.

Rechnen. 5 St. Fertig. Die 4 Spezies im Zahlenkreis von 1—20.

Technischer Unterricht.

Linearzeichnen.

Linearzeichnen (wahlfrei) O.-L. Sittig; Iª und Iᵇ (im Sommer 10, im Winter 3 Schüler), IIª und IIᵇ (im Sommer 25, im Winter 22 Schüler). Übungen im Gebrauch von Zirkel, Lineal und Ziehfeder an Flächenmustern, Vielecken, Kegelschnitten, Cykloiden, architektonischen Bogen und Bauelementen.

Turnen.

Die Anstalt besuchten (mit Ausschluß der Vorschulklassen) im Sommerhalbjahr 1894 359 Schüler, im Winterhalbjahr 1894/5 345 Schüler. Von diesen waren befreit:

	Vom Turnunterricht überhaupt:	Von einzelnen Übungsarten:
Auf Grund ärztlichen Zeugnisses:	im Sommer 11, im Winter 10,	im Sommer 4, im Winter 3,
aus anderen Gründen:	im Sommer —, im Winter 2,	im Sommer 1, im Winter 2,
zusammen:	im Sommer 11, im Winter 12,	im Sommer 5, im Winter 5,
also von der Gesamtzahl der Schüler:	im Sommer 3,08 %, im Winter 3,34 %,	im Sommer 1,4 %, im Winter 1,44 %.

Von den 12 zu unterrichtenden Klassen bildete jede eine Turnabteilung; zur kleinsten von diesen gehörten 20, zur größten 38 Schüler.

Die beiden oberen Klassen der Vorschule wurden in je 2 Stunden wöchentlich unterrichtet und bildeten eine jede eine Turnabteilung von 50 Schülern.

Für den Turnunterricht waren wöchentlich insgesamt 36 Stunden angesetzt, für die Vorschule 4 Stunden.

Den Turnunterricht erteilten die Herren O.-L. Sittig (IIIᵇ), O.-L. Dr. Euler (Vᵇ), O.-L. Dr. Collischonn (IVᵇ), O.-L. Weiß (IIᵇ), Hein (Iª und Iᵇ), Fertig (IVª, Vª und VIᵇ), Jasper (IIª, IIIª, VIª), Rodenbusch (Vkl. 1 und 2).

Der Turnunterricht an der Anstalt wird in dem Schulhofe und in der daran anstoßenden Turnhalle, die zu uneingeschränkter Verfügung stehen, erteilt.

An den Turnspielen unter Leitung der Herren O.-L. Dr. Collischonn und O.-L. Th. Morin und Giesselmann nahmen 186 Schüler teil (47,4 % der Gesamtzahl).

Von den Schülern der Anstalt sind 188 Freischwimmer (54,6 % der Gesamtzahl); 34 von diesen haben das Schwimmen im vergangenen Sommer erlernt.

Singen.

Den aus Schülern der Klassen V—I gebildeten Chor leitete Herr O.-L. Dr. Winneberger.

II. Verfügungen der vorgesetzten Behörden.

1894. März 30. Das Königliche Provinzial-Schulkollegium weist die Herren Schulamtskandidaten Gerlach und Jahn der Anstalt zur Ableistung des pädagogischen Probejahrs zu.

„ „ 31. Dasselbe setzt die Unterrichtszeit für das Schuljahr 1894/5 fest.

„ April 26. Dasselbe teilt eine die Behandlung des 4. u. 5. Hauptstücks des Lutherischen Katechismus in der Schule betr. Ministerial-Verfügung mit.

„ Mai 14. Dasselbe überweist der Bibliothek der Anstalt das Jahrbuch für Jugend- und Turnspiele.

„ „ 24. Dasselbe überweist der Anstalt 8 Exemplare der Festurkunde über die Einweihung der neuen Schloßkirche zu Wittenberg zur Verteilung an würdige evangelische Schüler am Reformationsfeste.

„ Juni 22. Dasselbe teilt eine die Stipendien für Lehrer der neueren Sprachen betr. Ministeral-Verfügung mit.

„ Oktob. 5. Dasselbe überweist der Bibliothek der Anstalt und zur Verteilung an würdige evangelische Schüler 5 Exemplare von „Witte, Festschrift über die Erneuerung der Schloßkirche in Wittenberg“.

„ Nov. 23. Dasselbe teilt eine Ministerial-Verfügung mit, betr. den vom 3. bis 15. Januar 1895 für Lehrer der neueren Sprachen dahier abzuhaltenden Lehrkursus, und fordert Anzeige, welche Lehrer der Anstalt bereit sind und sich dazu verpflichten, an diesem Kursus teilzunehmen.

1895. Jan. 16. Dasselbe übersendet einen Auszug des Berichtes seines Departementrates über die am 14. und 15. November v. J. vorgenommene Revision der Anstalt.

„ „ 16. Dasselbe teilt eine die Erfolge des Schreibunterrichts betr. Ministerial-Verfügung mit.

„ Febr. 11. Dasselbe bestimmt, daß die Ferienordnung vom 31. März 1892 auch fernerhin in Kraft bleibe.

1894. Febr. 22. Das Curatorium der höheren Schulen macht Mitteilung über den von dem Vorstand des Physikalischen Vereins in Aussicht genommenen Fortbildungskursus für Lehrer höherer Schulen in der Zeit vom 28. März bis 4. April.

„ März 10. Dasselbe fordert Bericht über die an der Anstalt hinsichtlich der Notwendigkeit einer Aula, der zur Erteilung von Religionsunterricht erforderlichen Räume und der Breite der Korridore gemachten Erfahrungen.

1894.	Mai	10.	Dasselbe fordert Bericht darüber, wieviel Schüler jeder Klasse in Sachsenhausen oder in einem bezeichneten Distrikt der inneren Stadt wohnen, und wieviel Schüler in den Jahren 1893 und 1894 in die Sexta aufgenommen worden seien.
„	„	23.	Dasselbe erteilt dem Direktor Urlaub vom 29. Mai bis zum 21. Juni und genehmigt dessen Vertretung in den Direktorialgeschäften durch Herrn Professor Dr. Reichenbach und in den Unterrichtsstunden durch den Schulamtskandidaten Herrn Giesselmann.
„	„	30.	Dasselbe zeigt an, daß es mit Rücksicht auf die an die Behörde herangetretenen Anträge auf Abänderung der Schulzeit für das Sommerhalbjahr beschlossen habe, eine Umfrage bei sämtlichen Eltern, deren Kinder öffentliche städtische Schulen besuchen, zu veranstalten, und übersendet 520 den Eltern der Schüler zu übermittelnde Exemplare eines hierauf bezüglichen Fragebogens.
„	Juli	31.	Dasselbe übersendet die Bestallungsurkunde für den Oberlehrer, Herrn Th. Morin.
„	Aug.	25.	Dasselbe genehmigt, daß ein Fünfkampf der Schüler der höheren Schulen am 19. September auf dem Spielplatze „Altaracker" veranstaltet werde.
„	Oktob.	18.	Dasselbe fordert Berichterstattung über das Ergebnis der Anmeldungen für die Untertertia zu Ostern 1895.
„	Dez.	9.	Dasselbe teilt mit, daß die Schulbehörden die Beurlaubungen behufs Teilnahme an dem französischen Ferienkursus und die Anordnung der erforderlichen Vertretungen den Direktoren überlassen und ausnahmsweise für jede Schule eine Bewilligung von Vertretungskosten für definitiv angestellte Lehrer im Betrage bis zu 90 Mark zur Verfügung stellen.
1895.	Jan.	5.	Dasselbe teilt einen die Auszahlung von Gehalten, Tagegeldern u. s. w. betreffenden Protokollauszug des Magistrats mit.
„	„	14.	Dasselbe teilt Abschrift einer von dem Kgl. Provinzial-Schulkollegium übermittelten Ministerial-Verfügung mit, durch welche die Annahme freiwilliger Geschenke der Schüler beim Austritt aus der Schule zu Gunsten der Lehrer-Witwen- und Waisenkassen gestattet werden, die Einsammlung von Gaben und Geschenken für diese Kassen in Frankfurt a. M. bei der Anmeldung oder dem Eintritt von Schülern in die städtischen höheren Schulen als unstatthaft erklärt wird.
„	„	18.	Dasselbe fordert, unter Bezugnahme auf ein von den Schuldirigenten eingereichtes Gutachten bezüglich der Sommerferien, die Besprechung der darin angeregten Fragen mit dem Lehrerkollegium und eine nochmalige Äußerung.

III. Chronik der Schule.

Das Schuljahr begann am 2. April 1894 und schließt am 6. April 1895.

Der Geburtstag Seiner Majestät des Kaisers und Königs wurde am 26. Januar durch einen feierlichen Aktus in der Aula begangen. Die Festrede hielt der Oberlehrer Herr Dr. Collischonn.

Als vaterländische Gedenk- und Erinnerungstage wurden die Geburts- und Todestage Seiner Hochseligen Majestät Kaiser Wilhelms I. und Seiner Hochseligen Majestät Kaiser Friedrichs und der Sedantag begangen.

Der herkömmliche Frühlingsausflug wurde am 5. Juni von sämtlichen Klassen unternommen.

Der Hitze wegen wurde der Unterricht an einem Nachmittag ausgesetzt.

Fünf Nachmittage wurden den Schülern zum Schlittschuhlaufen freigegeben.

Das Lehrerkollegium bestand im Schuljahre 1894/95 aus folgenden Mitgliedern: dem Direktor Dr. Emil Scholderer; den Professoren Dr. Heinrich Reichenbach und Dr. Karl Gran; den Oberlehrern Dr. Otto Rausenberger, Otto Morin, Dr. Wilhelm Schauf, Dr. Oskar Winneberger, Heinrich Müller, Edmund Sittig, Dr. August Euler, Dr. Ferdinand Kuhl, Dr. Adolf Collischonn, Heinrich Weiß und Theodor Morin; dem Zeichenlehrer Hermann Hein, und den Vorschullehrern Friedrich Fertig, Wilhelm Pietzsch, Gustav Jasper und Peter Rodenbusch. Als wissenschaftlichen Hilfslehrern waren den Herren Giesselmann und Jung wöchentlich je 2 Stunden unentgeltlichen Unterrichts übertragen. Zur Ablegung des pädagogischen Probejahrs waren der Schule zugewiesen die Herren Veith (bis Herbst), Gerlach und Jahn.

Der Gesundheitszustand der Lehrer war im Schuljahre 1894/95 weniger günstig als in den vorhergehenden; eine Anzahl der Kollegen war genötigt, auf kürzere oder längere Zeit ihren Unterricht auszusetzen.

Zu militärischen Übungen waren Herr Oberlehrer Weiß vom 2. April bis zum 31. Mai und Herr Oberlehrer Theodor Morin vom 5. bis zum 30. Juni beurlaubt.

Bei der Vertretung der erkrankten oder beurlaubten Kollegen leisteten die Herren Giesselmann und Jung bereitwillige und dankenswerte Beihilfe.

An dem von dem Physikalischen Vereine dahier mit Genehmigung des Königlichen Ministeriums der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten veranstalteten physikalisch-chemischen Fortbildungskursus für Lehrer an höheren Schulen, der vom 28. März bis zum 7. April dahier abgehalten wurde, beteiligten sich die Herren Professor Dr. Reichenbach und O.-L Sittig; an dem durch Beschluß des Herrn Ministers nach dem Muster der archäologischen und naturwissenschaftlichen eingerichteten Ferienkursus für die französische Sprache, der vom 3. bis zum 15. Januar dahier abgehalten wurde, die Herren O.-L. Müller, Dr. Euler und Dr. Kuhl. Die Teilnahme dieser drei letzteren Kollegen an dem Kursus wurde durch das dankenswerte Entgegenkommen der städtischen Behörde wesentlich erleichtert, die ausnahmsweise eine Bewilligung im Betrage bis zu 90 M. für Vertretungskosten zur Verfügung stellte.

Der Gesundheitszustand der Schüler war ein guter, abgesehen davon, daß um Weihnachten herum, wie oft um diese Zeit, eine größere Anzahl der Schüler der Vorklassen an Masern erkrankte. Zu ihrem großen Bedauern verlor die Schule einen lieben Schüler der Quinta durch den Tod.

Am 14. und 15. November 1894 nahm Herr Geh. Rath Dr. Lahmeyer eine Revision der Anstalt vor und hielt nach deren Beendigung mit dem Lehrerkollegium eine längere Konferenz ab, in welcher er die von ihm gemachten Wahrnehmungen und sein Urteil über die Leistungen der Schule in anregendster und dankenswertester Weise darlegte.

Die schriftliche Prüfung der Abiturienten fand am 12., 13., 14. und 15. Februar statt. Die mündliche wird am 28. März abgehalten werden. Der Vorsitz dabei ist dem Direktor übertragen.

Die Schlußfeier, zu welcher die vorgesetzten Behörden, die Freunde der Schule und die Eltern der Schüler (soweit es der zu Gebote stehende Raum gestattet) ergebenst eingeladen werden, findet Samstag, den 6. April in der Aula statt.

IV. Statistische Mitteilungen.

A. Frequenztabelle für das Schuljahr 1894/95.

	A. Realschule.													B. Vorschule.			
	Ia.	Ib.	IIa.	IIb.	IIIa.	IIIb.	IVa.	IVb.	Va.	Vb.	VIa.	VIb.	Sa.	1.	2.	3.	Sa.
1. Bestand am 1. Februar 1894	21	22	27	25	36	35	34	33	39	39	41	41	393	54	49	50	153
2. Abgang bis zum Schluß des Schulj. 1893/94	20	22	4	3	3	10	4	4	6	—	8	3	87	17	1	1	19
3a. Zugang durch Versetzung zu Ostern	21	21	26	20	26	24	26	30	28	31	17	18	289	46	48	—	94
3b. Zugang durch Aufnahme zu Ostern	—	—	—	—	—	—	1	1	1	—	8	4	15	1	—	50	51
4. Frequenz am Anfang des Schulj. 1894/95	22	21	26	23	31	31	31	36	36	40	30	30	357	50	51	50	151
5. Zugang im Sommersemester	—	—	—	—	1	—	—	—	1	—	—	—	2	—	—	—	—
6. Abgang im Sommersemester	2	1	1	1	1	3	1	3	1	1	4	—	19	1	1	—	2
7a. Zugang durch Versetzung zu Michaelis	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7b. Zugang durch Aufnahme zu Michaelis	—	—	—	—	—	1	3	—	—	—	—	1	5	1	—	—	1
8. Frequenz am Anfang des Wintersemesters	20	20	25	22	31	29	33	33	36	39	26	31	345	50	50	50	150
9. Zugang im Wintersemester	—	—	—	—	—	—	—	—	2	—	—	—	2	—	—	—	—
10. Abgang im Wintersemester	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	—	—	3	—	—	—	—
11. Frequenz am 1. Februar 1895	20	20	25	22	31	29	33	33	38	36	26	31	344	50	50	50	150
12. Durchschnittsalter am 1. Februar 1895	$16,_{3}$	$16,_{6}$	$15,_{2}$	$15,_{1}$	$14,_{1}$	$14,_{8}$	$13,_{9}$	$13,_{6}$	$12,_{9}$	$12,_{2}$	$10,_{10}$	$10,_{11}$	—	$9,_{5}$	$8,_{6}$	$7,_{4}$	—

B. Religions- und Heimatsverhältnisse der Schüler.

	A. Realschule.							B. Vorschule.						
	Evgl.	Kath.	Diss.	Juden.	Einh.	Ausw.	Ausl.	Evgl.	Kath.	Diss.	Juden.	Einh.	Ausw.	Ausl.
1. Am Anfang des Sommersemesters	273	36	5	43	310	5	42	110	18	—	23	119	—	32
2. Am Anfang des Wintersemesters	263	36	5	41	299	5	41	109	18	—	23	118	—	32
3. Am 1. Februar 1895	263	35	5	41	298	5	41	109	18	—	23	118	—	32

C. Verzeichnis der für reif erklärten Schüler der Prima der Adlerflychtschule, Realschule zu Frankfurt a. M. Ostern 1894.

Ia.

Lauf. Nr.	Name	Ruf-Vorname	Geburts- Ort	Geburts- Tag	Alter	Bekenntnis, bezw. Religion	Des Vaters Stand	Des Vaters Wohnort	Angabe der Eintrittkl.	Dauer des Aufenthalts in der Anstalt	Dauer des Aufenthalts in der Prima	Gewählter Beruf
1	Anthes	Wilhelm	Frankft. a. M.	24. 5. 77	16,8	evang.	Kaufmann	Frkf. a. M.	VI	7	1	Kaufmann.
2	Beutler	Bruno	»	7. 2. 79	15,2	»	»	»	VI	6	1	Oberrealschule.
3	Bütschly	Franz	»	7. 9. 77	16,6	»	Konditor	»	VI	6	1	Kaufmann.
4	Clemens	Ernst	»	1. 1. 78	16,25	»	Agent	»	VI	7	1	»
5	Euler	Ernst	»	10. 8. 78	15,7	»	† Kaufmann	»	VI	6	1	Ingenieur.
6	Flauaus	Ernst	»	23. 7. 78	15,7	»	Architekt	»	VI	6	1	Architekt.
7	Fritz	Wilhelm	»	17. 2. 79	15,1	»	Metzger	»	VI	6	1	Metzger.
8	Glab	Alfred	»	25. 1. 77	17,2	»	Schneider	»	VI	8	1	Kaufmann.
9	Meyer	Jean	»	12. 2. 76	18,2	»	Kaufmann	»	V	5	1	Photograph.
10	Meyer	Rudolf	»	15. 10. 78	15,5	»	Privatier	»	VI	6	1	Architekt.
11	Paul	Wilhelm	Cannstadt	15. 4. 76	17,9	»	Director d. Frkf. Schleppsch.-G.	»	V	5	1	Kaufmann.
12	Röcker	Wilhelm	Frankft. a. M.	28. 12. 77	16,25	»	† Kaufmann	»	VI	7	1	Landmesser.
13	Schade	Oskar	»	26. 5. 77	16,8	»	† »	»	VI	7	1	Landmesser.
14	Seitz	Ludwig	»	7. 12. 78	15,3	»	† »	»	VI	6	1	Kaufmann.
15	Steinberger	Robert	»	21. 10. 77	16,4	»	»	»	VI	7	1	»
16	Stockhausen	Otto	»	20. 10. 75	18,4	»	»	»	V	6	1	»
17	Ströhlein	Franz	»	19. 5. 78	15,8	»	»	»	VI	6	1	»
18	Winter	Friedrich	»	21. 6. 78	15,75	»	Lithograph	»	VI	6	1	Lithograph.

Ib.

Lauf. Nr.	Name	Ruf-Vorname	Geburts- Ort	Geburts- Tag	Alter	Bekenntnis, bezw. Religion	Des Vaters Stand	Des Vaters Wohnort	Angabe der Eintrittkl.	Dauer des Aufenthalts in der Anstalt	Dauer des Aufenthalts in der Prima	Gewählter Beruf
1	Becker	Georg	Frankft. a. M.	29. 6. 77	16,7	evang.	Metzgermeister	Frkf. a. M.	VI	7	1	Kaufmann.
2	Boller	Georg	»	2. 1. 78	16,2	kath.	Postbeamter	»	VI	7	1	Oberrealschule.
3	Derschow	Hermann	»	16. 1. 79	15,2	evang.	Kaufmann	»	VI	6	1	Kaufmann.
4	Ficus	Oskar	»	22. 6. 78	15,8	»	»	»	VI	6	1	Elektrotechnik.
5	Geist	Wilhelm	Rüsselsheim	8. 4. 77	16,9	»	»	»	IV	5	1	Ingenieur.
6	Gerlach	Robert	Frankft. a. M.	17. 11. 77	16,4	»	† Hufschmied	»	VI	7	1	Kunstschlosser.
7	Henss	Karl	»	15. 1. 78	16,2	»	Metzgermeister	»	VI	7	1	Architekt.
8	Herget	Ernst	»	10. 2. 78	16,1	»	† Gastwirt	»	VI	6	1	Kaufmann.
9	Hofmann	Adolf	»	24. 8. 78	16,6	»	Glasermeister	»	VI	6	1	Glaser.
10	Lennhoff	Walther	»	15. 1. 78	16,2	jüd.	Kaufmann	»	VI	7	2	Kaufmann.
11	Levy	Julius	»	23. 4. 79	14,9	»	Agent	»	VI	6	1	»
12	Lott	Adolf	»	20. 7. 78	15,7	evang.	Eisenb.-Beamter	»	VI	6	1	Oberrealschule.
13	Mendelsohn	Otto	»	24. 1. 79	15,1	jüd.	Sensal	»	VI	6	1	Kaufmann.
14	Oberlinger	Christian	»	5. 11. 77	16,4	evang.	Schlossermstr.	»	VI	7	2	»
15	Ohr	Wilhelm	Wien	28. 9. 77	16,5	»	Kaufmann	»	IV	5	1	Oberrealschule.
16	Prinz	Gustav	Frankft. a. M.	31. 8. 75	18,5	»	»	»	VI	9	1	Kaufmann.
17	Reis	Alfred	»	7. 10. 76	17,4	jüd.	beeid. Sensal	»	V	5 1/2	1	»
18	Rupp	Friedrich	Offenbach	28. 3. 77	16,9	evang.	Kaufmann	»	VI	7	1	Architekt.
19	Scheig	Wilhelm	Frankft. a. M.	21. 1. 78	16,2	»	Auslaufer	»	VI	6	1	Kaufmann.
20	Weber	Rudolf	»	24. 9. 78	15,5	»	Lehrer	»	VI	6	1	Oberrealschule.

V. Sammlungen von Lehrmitteln.

Zugang: 1. Bibliothek. I. Lehrerbibliothek. a) Durch Kauf: Die Fortsetzungen von Grimm, Deutsches Wörterbuch; Godefroy, Dictionnaire de l'ancienne langue française; Gröber, Grundriß der germanischen Philologie; Zarncke, Litterarisches Centralblatt; Sklarek, Naturwissenschaftliche Rundschau; Petermann, Geographische Mitteilungen; Preußische Jahrbücher; Monatshefte und Mitteilungen der Comeniusgesellschaft; Hoffmann, Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht; Pädagogisches Wochenblatt; Centralblatt für die gesamte Unterrichtsverwaltung; Goethes Werke, herausgegeben im Auftrage der Großherzogin Sophie von Sachsen, 1. Abt. Bd. XIII, XVI, XVII, XXIV, 2. Abt. Bd. IV, X, 3. Abt. Bd. VI, 4. Abt. Bd. XV, XVI. Ferner: Stuhlmann, Mit Emin Pascha ins Herz von Afrika; Sachs-Villate, Wörterbuch. Supplement; Lamprecht, Deutsche Geschichte, IV und V. 1; Wackernagel, Geschichte der deutschen Litteratur, Lief. 1—4; Lange, Die künstlerische Erziehung der deutschen Jugend; Schultze, Deutsche Erziehung; von Sybel, Begründung des deutschen Reiches, VI und VII. — b) An Geschenken: von dem Direktor: Herbst, Historisches Hülfsbuch für die oberen Klassen von Gymnasien und Realschulen, I—III; Greve, Leitfaden für den Geschichtsunterricht in den unteren Klassen höherer Lehranstalten, I. Teil: Pensum der Sexta; Freudenfeld und Pfeffer: Preußen und Deutschland unter den Regenten aus dem Hause Hohenzollern. 16. Auflage, vollständig umgearbeitet von Dr. Paul Schwartz; Herber, Ein Gang durch die Geschichte Frankfurts; Holdermann-Setzepfandt, Bilder und Erzählungen aus der allgemeinen deutschen Geschichte, I. und III. Teil; Dittmar, Leitfaden der Weltgeschichte, 10. Auflage; Zurbonsen, Geschichtliche Repetitionsfragen und Ausführungen. 1. Teil: Das Altertum. 2 Ex.; Polack, Das erste Geschichtsbuch; Schmid, Lesebuch zur preußisch-vaterländischen Geschichte für die Oberstufe höherer Mädchenschulen; Focke und Kraß, Leidfaden zur Einführung in die Stereometrie und Trigonometrie; Hangen, Englische Übersetzungsbibliothek, Nr. 18: Geschichte Friedrichs des Großen von Kugler; Crump, English, as it is spoken. 8th edition; Schneider, Religionsbuch für die oberen Klassen höherer Lehranstalten; Schoene, Griechische, römische, deutsche Mythen und Sagen. 9. Auflage; Banner, Französisches Lese- und Übungsbuch, 1., 2. und 3. Kursus; Lüdecking, Französisches Lesebuch, 1. Teil, 9. und 15. Auflage; Remy, Science des Conjugaisons; Chompré, Dictionnaire abrégé de la Fable; Racine, Esther, pourvue de notes et d'un petit vocabulaire par Henri Guérin; Voelker, Mémoires de Louis XIV pour l'année 1666; Guérard, Cours complet de langue française, II; K. Ploetz, Vocabulaire systématique et guide de conversation française, 18. Auflage; Poitevin, Cours théorique et pratique de langue française; Bergér, Der französische Unterricht mit besonderer Rücksicht auf die Anforderungen der Reformbestrebungen; Ottens, Französische Schulgrammatik im Anschluß an das Elementarbuch der französischen Sprache von Luppe-Ottens; Caspari, Manuel épistolaire à l'usage de la jeunesse des deux sexes. I—III; Munde, Handelskorrespondenz in französischer und deutscher Sprache. Französisch-deutscher Teil; Lehmann-Hohenberg, Einiges Christentum, Heft 1; Kamp, Die Nibelungen, metrisch übersetzt und erläutert. Heft 1; Becker, Auszug aus der Schulgrammatik der deutschen Sprache;

Johann Christoph Adelung, Auszug aus der deutschen Sprachlehre für Schulen. 2. Auflage, Berlin 1794; Lemare, Cours de langue française, I und II; Lemare, Cours théorique et pratique de langue française; Vinet, Chrestomathie française, I und II; Droz, Cours élémentaire de grammaire française; Janin, Une lecture par jour, nouvelles leçons de littérature historiques, morales et religieuses; Noël et de la Place, Leçons françaises de littérature et de morale, I und II; Barbieux, Antibarbarus der französischen Sprache; Dichterwald, I und II; Noël, Lectures françaises à l'usage des écoles et des collèges; Mozin, La correspondance familière; Poitevin, Étude raisonnée de syntaxe française; Vanier, Traité simplifié des conjugaisons françaises; Bailly, Grammaire générale et raisonnée de Port-Royal; Casella, Traité complet de la lexigraphie des verbes français; Aufschlager, Angenehme und lehrreiche Übungsstücke zum Übersetzen aus dem Deutschen ins Französische; Michelet, Précis de l'histoire moderne; Noël et Chapsal, Nouvelle grammaire française; Gaultier, Méthode graduée pour exercer les jeunes gens à la composition française, I und II; Platts, Einleitung zu dem also betitelten Wörterbuch, der Französische Cellarius; Scholderer, Lehrbuch des Französischen, I. Teil; Buttmann, Griechische Grammatik; Mätzner, Französische Grammatik; La Grammaire selon l'Académie, par Bonneau et Lucan, revue par Michaud; Galtier, Nouveau cours théorique et pratique de langue française. Von den betreffenden Verlagsbuchhandlungen: Johann Heinrich Voß, Luise und der siebzigste Geburtstag, herausgegeben von Ludwig Zürn; Shakespeare, der Kaufmann von Venedig, herausgegeben von Julius Seifert; Schiller, die Braut von Messina, herausgegeben von Karl Tumlirz; Henschel, Fibel für den ersten Rechenunterricht, I. und II. Teil; Zeitschrift für Naturwissenschaften. 66. Band (fünfte Folge. Vierter Band). Fünftes und sechstes Heft; Durand, Le Printemps; Wallenstein, Der Frühling; Koppe, Anfangsgründe der Physik. Ausgabe B. 1. Teil. Vorbereitender Lehrgang. 20. Auflage; Fehse, Lehrbuch der englischen Sprache nach der direkten Methode; Schmelzer, Deutsches Lesebuch für die Unterklassen höherer Schulen. 3. Teil. Quarta; Herber, Ein Gang durch die Geschichte Frankfurts; Feist, Lehr- und Lesebuch der französischen Sprache. I. Unterstufe; Gille, Lehrbuch der Geometrie für höhere Schulen. Erster Teil: Ebene Geometrie; John Koch, Schulgrammatik der englischen Sprache; Goethe, Wahrheit und Dichtung. 1. und 2. Teil. Shakespeare, Coriolanus; Goethe, Götz von Berlichingen; Herder, Der Cid; Lessing, Laokoon; Schiller, Maria Stuart; Herausgegeben von Hermann Schiller; Wollweber, Heimatkunde des Regierungsbezirks Cassel; Kamp und Lange, Frankreichs Jugenddichtungen. Von dem Schüler der V[a] Walter Glöckner: Biblia, das ist die gantze Heilige Schrift, Halle 1762; Biblia, Die gantze Heilige Schrift, Lemgo 1735. Von der Handelskammer hier: deren Jahresbericht für 1893, sowie Handels-, Gewerbs- und Verkehrsnachrichten. Von dem Physikalischen Verein hier: dessen Jahresbericht für das Rechnungsjahr 1892—1893. Von dem Königlichen Provinzial-Schulkollegium: Jahrbuch für Jugend- und Volksspiele. 3. Jahrgang 1894, herausgegeben von v. Schenckendorff und Schmidt; Witte, Die Erneuerung der Wittenberger Schloßkirche. Von dem Königlichen Gymnasium zu Wiesbaden: Festschrift zur Gedenkfeier des fünfzigjährigen Bestehens der Anstalt.

II. Schülerbibliothek. Durch Kauf: Horne, Geschichte von Frankfurt; Pröhle, Harz und Kyffhäuser in Gedichten, Schilderungen; Böttger, Till Eulenspiegel; Kuhn, der Spreewald und seine Bewohner; Müller, Walter. Erlebnisse und Abenteuer eines jungen Deutschen in Norwegen; Böe, Kulturbilder aus Deutschlands Vergangenheit; May, Reiseerzählungen; Das neue Universum; Tanera, Deutschlands Kriege, Bd. VIII und IX; Wagner, Illustriertes Spielbuch für Knaben; Volksausgabe von Moltke, Geschichte des Krieges von 1870/71; Nettelbeck,

Eine Lebensbeschreibung von ihm selbst aufgezeichnet; G. v. Amyntor, Vaterländischer Roman: Suteminne; v. Horn, Der Rhein; Werner, Ein deutsches Kriegsschiff in der Südsee. An Geschenken: Gustav Adolf von Könitzers Buchhandlung; Rogge, Fürst Bismarck von der Verlagshandlung von C. Meyer; Witte, die Erneuerung der Wittenberger Schloßkirche von dem Provizialschulkollegium zu Cassel; Schwedische Volksmärchen; Hoffmann, Geier-Välty; Campe, Robinson; Falkenhorst, Abenteuer von Greef (III^a^).

2. Erdkunde. Durch Kauf: Kiepert, Karte von Altitalien; Bamberg, Politische Karte von Asien; Gäbler, Schulwandkarte zur Geschichte des preußischen Staates.

3. Naturwissenschaft. a) Naturbeschreibung. Durch Kauf: Modell von Carabus; Modell des Giftschlangenschädels; Schlupfwespe; Wolfsmilchschwärmer; Vierfleckige Libelle; Kreuzspinne. An Geschenken: Von Greef (III^a): Schwarzspecht, Rosenzweig mit in Blütenblätter übergehenden Laubblättern; Federlein (III^a): Seestern aus Schellfischmagen; Knoblauch (III^a): 3 exotische Schmetterlinge; Jasper (III^a): 3 Kästchen für Insektenpräparate; Jureit (V^a): Eidexennest mit Eiern; Zadek (V^a): Lederhaut einer Boa; Poetzl (VI^a): Katzenhai; Holtzwart (Vkl. 1): Nest der Rauchschwalbe. b) Physik und Chemie. Durch Kauf: Modell der Feuerspritze; Seekompass; Schulrheostat; Etui mit Metallwürfeln; Fall-Rinne; Hohlspiegel; Circulationsröhre.

4. Zeichnen: Vier Aquarelldruckbilder.

VI. Stiftungen und Unterstützungen von Schülern.

Seitens des Kuratoriums der höheren Schulen waren vier Schülern Freistellen verliehen.

VII. Mitteilungen an die Schüler und deren Eltern.

Ferien-Ordnung.

Osterferien:	14 Tage vom Sonntag Palmarum ab.
Pfingstferien:	Vom ersten Festtage bis zum Mittwoch nach Pfingsten (einschließlich).
Sommerferien:	4 Wochen vom ersten Sonntage im Juli ab, und außerdem der auf diese folgende Montag.
Michaelisferien:	14 Tage vom Sonntage der Michaeliswoche ab.
Weihnachtsferien:	14 Tage vom 24. Dezember bis 6. Januar (einschließlich).

Nähere Bestimmungen.

1. Der auf die Ferien folgende Montag ist zur Aufnahmeprüfung sowie zu etwaigen Mitteilungen an die am Orte anwesenden Schüler zu verwenden. — Der Schulunterricht ist am Dienstag Morgen zu beginnen.

2. a) Der Unterricht ist am Mittage des 23. Dezember zu schließen. — b) Den nicht am Orte anwesenden katholischen Schülern ist am 7. Januar Urlaub zu erteilen, soweit derselbe zu ihrer Rückreise erforderlich ist.

Fällt der 7. Januar auf einen Sonntag oder Montag, so ist mit dem Schulunterricht erst am folgenden Dienstag zu beginnen.

Verzeichnis der an der Anstalt gebrauchten Lehrbücher.

Bibel (Kl. I).
Völker, Biblisches Lesebuch für evangelische Schulen (Kl. IV—II).
Gesangbuch (Kl. VI—I).
Katechismus (Kl. VI—I).
Schäfer, Biblische Geschichte (Kl. VI—III).
Schäfer, Lehrbuch für den evangelischen Religionsunterricht (Kl. II—I).

Lack, Lesefibel (Vkl. 3).
Paldamus, Deutsches Lesebuch, Vorstufe (Vkl. 2).
„ „ 1. Teil (Vkl. 1).
„ „ Ausg. I, 2. Teil (Kl. VI).
„ „ „ „ 3. „ (Kl. V).
„ „ „ „ 4. „ (Kl. IV).
„ „ „ „ 5. „ (Kl. III—II).
„ „ 6. Teil (Kl. I).

Rossmann & Schmidt, Lehrbuch der französischen Sprache (Kl. VI—IV).
Plœtz, Schulgrammatik der französischen Sprache (Kl. III—I).
Lüdecking, Französisches Lesebuch, 1. Teil (Kl. IV).
„ „ „ 2. „ (Kl. III—II).

Gesenius, Elementarbuch der englischen Sprache (Kl. III—I).
Lüdecking, Englisches Lesebuch, 1. Teil (Kl. III—II).
„ „ „ 2. „ (Kl. I).

Müller-Junge, Alte Geschichte (Kl. IV).
„ Leitfaden zur Geschichte des deutschen Volks (Kl. III—I).

